「ちょっと、よりみち」を科学する

–媒介中心性と準最短経路

奈良産業大学　棚橋 豪

1 ネットワーク思考における媒介中心性の重要さについて

1-1 セカイはいかなる意味で「スモール」なのか？

地球の裏側にいるあの人に、人から人を介して手紙を届けようとする。スタンレー・ミルグラムの有名な実験によれば、意外にもその手紙は 6 人ぐらいの仲介で目的人物に届くらしい。私たちは、この実験結果にネットワーク思考の重要性を見出すのと同時に、何か言葉にできないある種の違和感を感じている。

はたして、あの実験に感じる意外さは、純粋に実験結果からもたらされたのだろうか。もしかしたら違和感の正体は、実験結果ではなく、実験における暗黙の前提にあるのかもしれない。そこで、手紙を仲介する過程について思いを巡らしてみよう。そのとき次のような素朴な疑問にいきつくはずだ。手紙の仲介者達は、手紙を渡す次の仲介者をどのように選んでいたのだろうか。

もし、次の仲介者がランダムに選ばれていたのなら、たった 6 人で手紙が届くわけがない。仮に届いたとしても、それは奇跡か偶然の産物でしかないだろう。実際の実験のルールでは、送るべき相手は知人に限定されていた。それでは、被験者たちは知人のなかから誰を選んだのだろうか。仲介者の選出は、効率よく目的人物に到達することを、意識的に（場合によっては無意識的に）目論んだ上でなされたと思われる。この選択眼は、大雑把に言えば、社会的に影響力が大きそうな人、友達が多そうな人に注目することだ。言い換えれば、人間関係を一つのネットワークと見なした場合、彼らは「最もネットワークの中心性が高そうな人」を選別していたことになる。

1-2 次数中心性と媒介中心性

以上のことは一見自明のように思われるが、実は奥が深い。なぜなら、より厳密に彼らの選択眼に迫ったとき、そもそも「友達が多いこと」「高い影響力を持つこと」「中心的な存在であること」の定義それ自体が問題となるからである。論点を先取りすれば、これらの意味は文脈に応じて変化する。しかも、この問題は、社会ネットワーク論者ですら無頓着な者も多い。

例えば、現代の「手紙」であるツイッターを使用して、日本人であるあなたが、あるイタリア人に伝言ゲーム的にメッセージを届ける状況を想像してみよう。仮定として、あなたは全くイタリア語ができない。あなたは最初の仲介相手を日本人から選ぶ必要がありそうだ。そこでもし、「『10000 人の日本人フォロワーがいる A』と、『99 人の日本人フォロワーと 1 人のイタリア人フォロワーがいる B』のどちらかを選べ」と言われたら、あなたはどちらを選択するだろうか。

いくら友人が多くてもそのネットワークが日本人だけで形成されているならば渦中のメッセージは堂々巡りを帰結し、日本語圏である日本列島を抜け出すことは容易ではない。B はフォロワーの数こそ少ないがメッセージは一気にイベリア半島に到達する可能性を持っている。所詮、A は井の中の蛙でしかない（もっとも、フォロワーの国籍が伏せられているなら、A を選択することは不合理ではないだろう）。ネットワーク論では、A のような直接のフォロワー数でみる指標を「次数中心性」と呼び、B のようなネットワーク全体のフローを前提として考える指標を「媒介中心性」と呼んでいる。

以上のように、セカイが「スモール」であるためには、手紙の仲介者たちが媒介中心性を何らかの形で知覚できる能力をもっている、または媒介中心性を意識しなくても大丈夫なネットワーク構造でなく

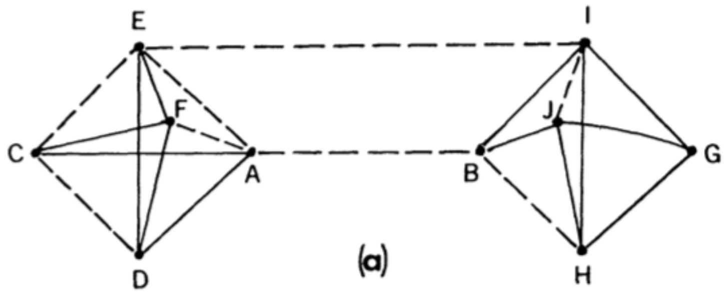
てはならないのである。

1-3 「弱い紐帯の強さ」というレトリック

ところで、「媒介中心性」の重要性が霧散化するようなネットワークとは、どのような形態をしているのだろうか。それは次数中心性の高いノードが、そのまま媒介中心性のトップを兼ねるような場合が挙げられるだろう。具体的には「スター・グラフ」が典型的である。スポークが集中するハブのようなノードは、媒介中心性・次数中心性の両方において最大値を示す。

それでは反対に、次数中心性と媒介中心性の乖離が激しいネットワークを考えてみよう。先の例で言えば、「イタリアと日本」ように、関連性が希薄な二つ以上のネットワーク・コミュニティが存在し、これらを単一のブリッジが接続するケースである。高い「媒介中心性」はこのブリッジにおいて顕著となるだろう。一方、高い「次数中心性」はコミュニティ内部のあるノードに発揮される。

かつて、マーク・グラノヴェッターは、アンケート調査により社会関係における「弱い紐帯の強さ」というコンセプトを提示した。彼は、就職情報やコネは親しい間柄の者ではなく他人にから得られるという結論を導いた。この「弱い紐帯の強さ」は、社会学ではポピュラーに用いられる概念であるが、しかしそれは明確さを欠いて、文学的なレトリックに終始しているように思われる。



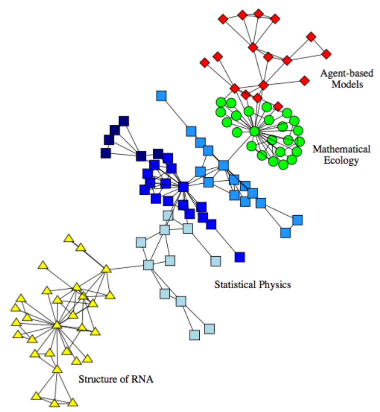
実線が「強い紐帯」、点線が「弱い紐帯」を示す

Granovetter (1973).

就活のような情報戦において、特定の共同体内部の安住することは確かに不利になるのは直感的に明らかだ。問題はそれへの数理的な切り口である。様々なコミュニティを巡る情報流をキャッチして、これの多様性を確保するためには、共同体間のブリッジを担う必要がある。そして、ブリッジを検出する指標として媒介中心性の存在意義がここにあるのだ。「弱い紐帯の強さ」は、古典的な社会学のレトリックを超えて、離散数学の範疇にあるといって良い。

1-4 グループ分けの実用的指標として

1–3 の最後に述べたことの逆転の発想として、媒介中心性は実用的なカテゴリー分けに応用することができる。ネットワークに埋もれたブリッジを発見することは、同時に二つのグループを捜し当てることと同義である。ガーバン＆ニューマンは、媒介中心性が最大値を示すリンクを見つけ出し、これを切断していくことでコミュニティを抽出する方法を考案した。以下の図は、サンタフェ研究所内の共同ネットワークを分類したものである。



Girvan and Newman (2001).

1-5「共同体と共同体のあいだ」とヘルメス

カール・マルクスは言った。「商品交換は、共同体の終わるところで、共同体が他の共同体またはその成員と接触する点で、始まるのだ」と。これは国際的評価の定まりつつある柄谷行人の思想を貫く哲学的モチーフともなっている。柄谷にとって、資本主義の本質は産業資本ではなく商業資本である。商業資本を担う主体は、領主でも農民でもなく、商人や遊牧民である。彼らはルーティン化した市場を逸脱して、その外部にある市場を媒介していく。そして、生まれたばかりヘルメスがアポロンにそうしたように、市場の均衡を略奪し、代わりに動態を贈与するのだ。

マニュエル・デランダは、ドゥルーズ＝ガタリの流れをくみ、資本主義の動態を「メッシュワーク」を軸に読み解いた（これはゼロ年代以降ネットワーク論ブーム以前の論考であり、彼のメッシュワーク論は下手なネットワーク論の先を行っている)。彼によれば、資本主義史は「ノンリニア・ヒストリー」であり、時間発展は非線形的な動態を伴う。もちろん、これはツリーやヒエラルキー型の社会システムの対局にあり、またそのようなタイプに適応したシステム理論によっては分析不可能である。「ノンリニア・ヒストリー」を理論射程に収めるとき、逸脱や混沌を招来する「メッシュワーク」論的方法が必須となる。

さらに、メディア・アーティストでもある彼の思索は、社会科学とコンピューター・サイエンスの接点を模索しようとしている。彼の「メッシュワーク」は、静的なツリーに回収されていくネットワーク分析一般よりも刺激的で、複雑系科学とも親和性が高い。近著では、マルチエージェント・シミュレーションは、創発を扱う科学として肯定的に紹介されている。ただし、これの具体的なモデルは未だなされていない。

1-6 網状資本論宣言

メッシュワーク・キャピタル。先に紹介した思想家達が見いだした方向性を継承し、これの形式化を徹底していく経済理論をこう呼ぶことにしよう。ここで鍵となるのは「流通」と「商業集積」である。「流通」とは文字通りヒト・モノ・コトの流れである。ただし、私たちが定義する「商業集積」は、一般的なそれとやや趣を違えたものとなる。

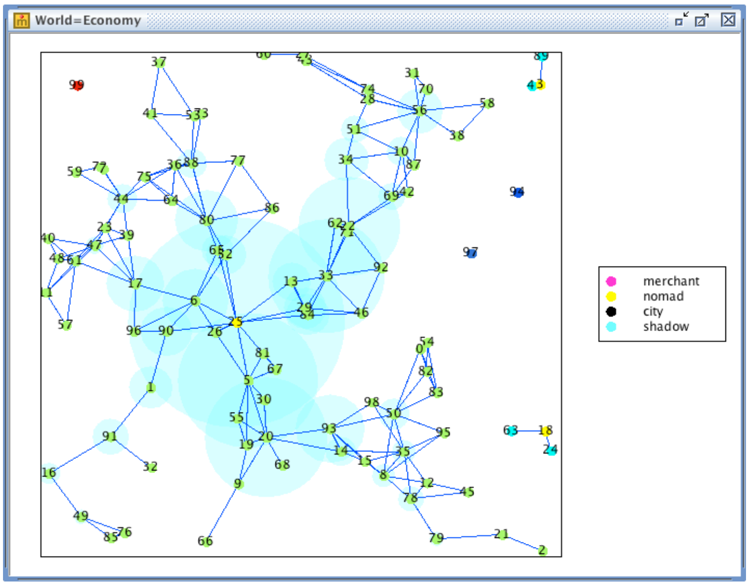
通俗的に「商業集積」とは、小売店舗などの地理的な集中度を意味している。都市間レベルでの考察では、ヴァルター・クリスタラーの中心地理論が挙げられるだろう。彼もまた地理空間上における人口

の集中度に注目している。これらのフレームワークは、物理的空間を基礎としているので、私たちは理論的にも視覚的にも、容易にその集積具合を想像することができるだろう。しかし、これらは結果論でしかなく、「なぜそこに資本が集中したのか」、そして「なぜそれは持続するのか」を説明することができない。

資本主義世界の覇権に関して重要なのは、静的な結果としての集中度ではなく、ヒト・モノ・コトなどの流れの集積＝集中度である。絶え間なく変化していく流通ネットワーク、そしてその上を駆け巡る網状資本群が「ノンリニア・ヒストリー」を紡いでいく。網状資本を司るヘゲモニーの条件とは、この流動を掌握することに他ならない。

この世界観において「すべての道はローマに通ず」という諺は、ローマがヘゲモニーを担い続けることを何ら保証しはしない。事実、かつて西欧社会の辺境都市にすぎなかったヴェネチアが、中世においてヨーロッパとオリエント間の商流を独占することによって地中海の帝国と化したように。そして、ヴェネチアもまた喜望峰発見という交易ネットワークの変化とともにその座をポルトガルに明け渡していく。これまでの文脈を踏まえれば、ローマ的ヘゲモニーは「次数中心性」、他方ヴェネチア的ヘゲモニーは「媒介中心性」に対応させることができるだろう。

すでに私たちは、過去2回のMASコンペティションにおいて、以上のような様相の鳥モデルをartisocによって提案してきた。このモデルでは、媒介中心性の最大値を示すノードをヘゲモニー都市としている。



棚橋 (2012).

ただし、媒介中心性が仮定しているフローは最短経路であることに注意しなくてはならない。現実のヒト・モノ・コトの流通経路が「最短経路」であるとは限らないだろう。否、むしろそれはレアケースと言っても良い。したがって、網状資本論に既存の媒介中心性を採用する場合、「電流ならともかく、なぜそこでの流通は最短経路なのか」という疑義がつきまとうことになる。

したがって、今回の論考では、これに派生する諸問題を解説するとともに、その解決策を与える。まずは、媒介中心性の基本コンセプトに立ち返ろう。急がば回れ、である。

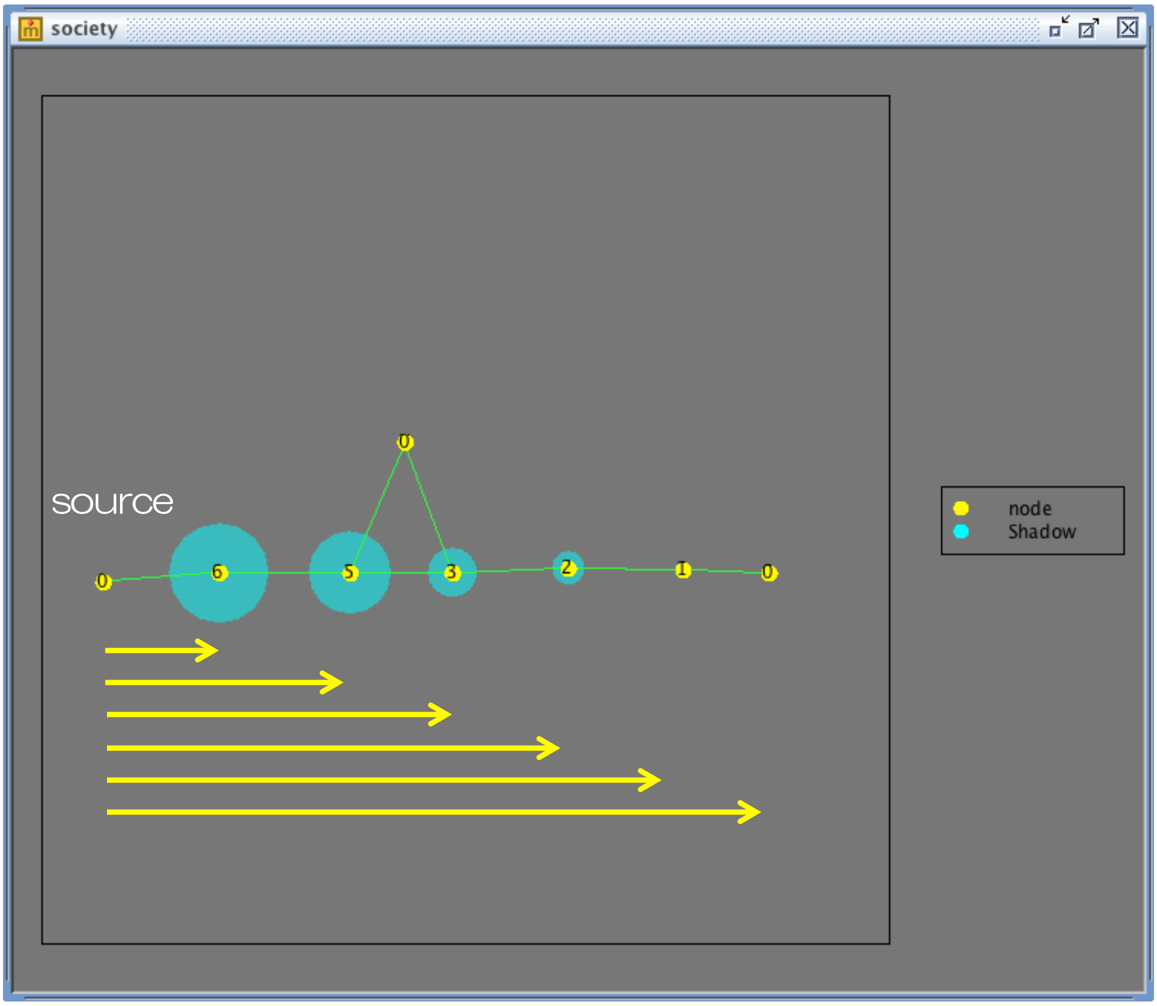
2 媒介中心性の基本概要

「次数中心性」はノードに直接接続されているリンクを数え上げるだけなので、初学者でも理解しやすい。その一方で、「媒介中心性」は見えないフローを前提としているので、直感的な理解が困難である。教育の現場でも、板書やパワーポイントでの解説には限界がある。artisoc で媒介中心性を語ることは、モデル構築だけでなく、グラフィカルな機能を活かした教育やプレゼンツールとしても活用が可能である。以下では、解説用に作成したモデルで説明していこう。

2-1 閉路が存在しない場合

媒介中心性とは、あるノードを始点とし、そこから各終点にアクセスするとき、途中で通過するノードを数え上げた値に注目する指標である。あるノードを始点（source）として、あるノードを終点（sink）と見なしたとき、その始点–終点間の最短経路を導出し、そして各経路と通過していく。全てのノードの始点–終点の組み合わせにおいてこれを行い、その結果として、最もフローの集中度が高いノードを見つけ出すのである。

ここでは始点をあるノードに固定して、その始点から全てのノードにアクセスした場合の媒介数を見てみよう。下図の簡易ネットワークでは、左端が始点で水色のシャドーの大きさとノードの値が媒介中心性を示している。

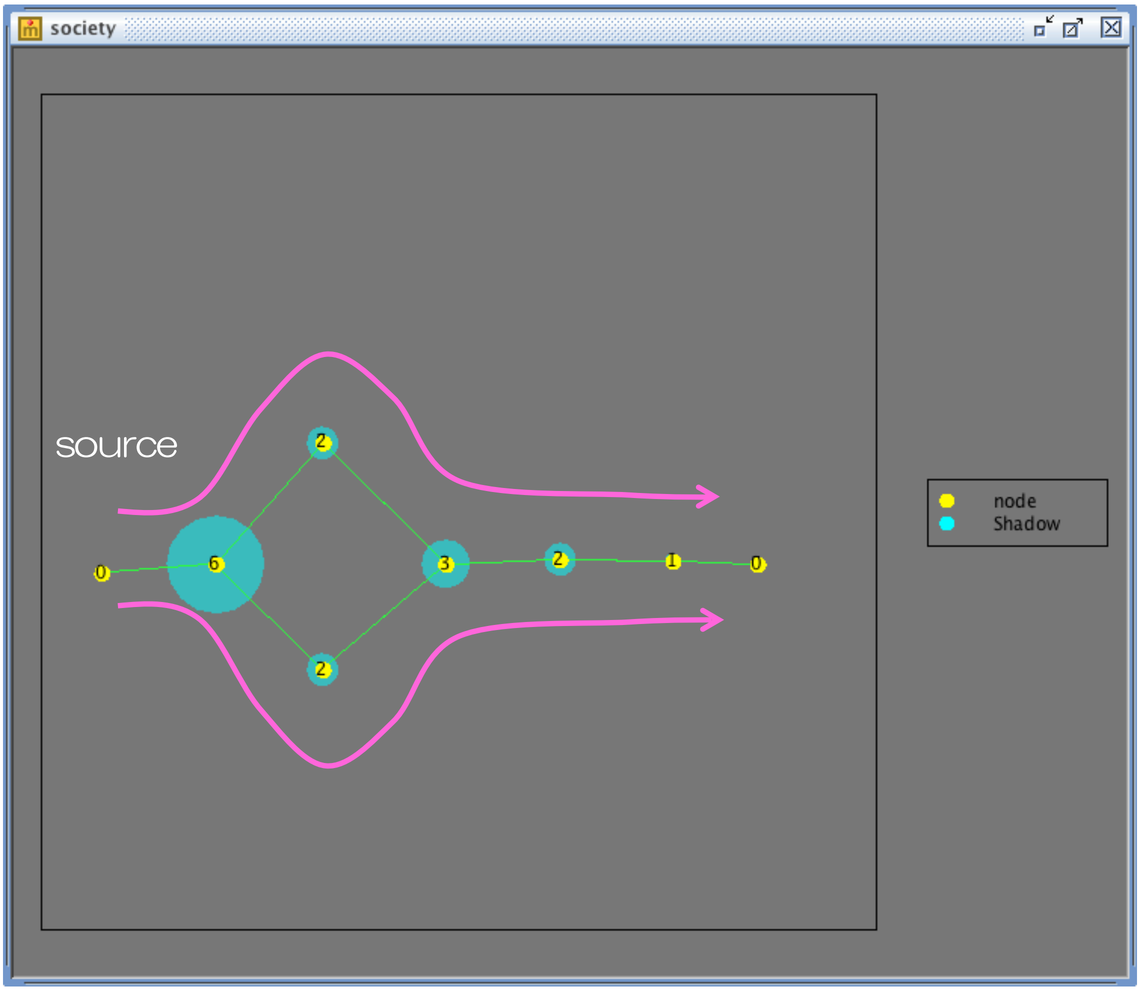


始点の右手前のノードが一番大きい値を示すのは、各ノードを終点と見なしたとき、そのノードを最も多く通過するからである。また、中央に一つだけ飛び出たノードの値がゼロなのは、そこを経由する最短経路が存在しないからである。もし、そこを経由しようとした場合、最短距離に比べて 1 ステップ冗長となる。

上のネットワークは見た目が単純なだけでなく、幅優先探索時に「閉路が存在しない」という意味でもシンプルである。このことが意味するのは、始点から終点に行くとき、最短経路は 1 通りしかないことを意味している。

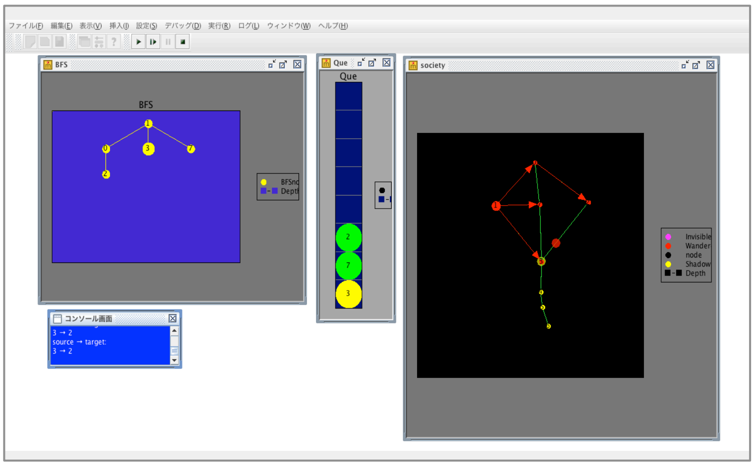
2-2 閉路が存在する場合

閉路が存在する場合、例えば下図で、始点から右端の終点にいこうとするとき、一つの終点にアクセスするのに 2 通りの最短経路が存在している。この場合、媒介中心性の定義により、二股に分かれた部分は、確率的にどちらかを選択する。すなわち通過時における数え上げ（足跡）は 1/2 に割り引かれる。したがって、媒介中心性の演算に必要な情報は、幅優先探索時に、始点からそのノードまでの「最短距離」、「最短経路」を探索すると同時に、「最短経路の数」が必要となる。



ネットワークが複雑になり、閉路が入り組んだ場合、ここの部分の直感的理解と演算過程の理解が困難になる。そこで、「幅優先探索のプロセス自体を視覚化したモデル」、これを踏まえて「媒介中心性が

計算されていくプロセスを視覚したモデル」を別途二つ考案している。いずれにせよ、プレゼン時に効果を発揮するモデルなので、ここで詳しく紹介することは割愛しておこう（只今デバッグ中のため非公開)。以下の画面は、幅優先探索より幅優先探索ツリーが形成されていくプロセスのスナップショットである。画面内の左のウィンドウから、それぞれ「幅優先探索ツリー」、「変数キューの内部状態」、「探索途上のネットワーク」を表現している。



リアルタイムに幅優先探索木が形成されていく教育・プレゼン向けモデル

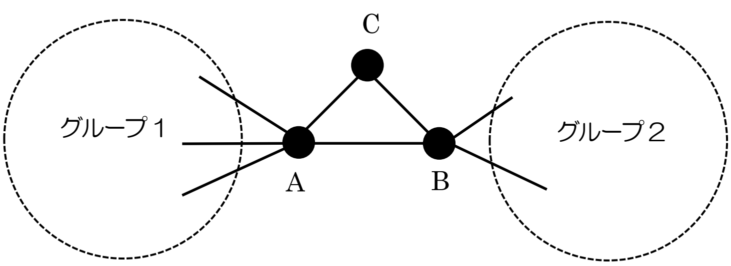
3 準最短経路と媒介中心性

3-1 神の道程と酔歩

媒介中心性が最短経路のみに依存することは、次のような場合において問題となる。媒介中心性は、二つのグループをブリッジするとき、非常に高い値を示すことで知られている。例えば、グループ１からブリッジを経由してグループ２にアクセスする場合、ノードＡとノードＢが高い媒介中心性を示す。その反面、ノードＣは一切経由されることはない。したがって、Ｃの媒介中心性はゼロである。次の図と併せて解説しよう。

ブリッジの最短経路はＡ→Ｂの距離１である。Ａ→Ｃ→Ｂは距離２となり、最短距離より１ステップ分長い。したがって、両端のグループ間を行き交うあらゆる最短経路フローは一度もＣを通ることはなく、その結果としてＣの媒介中心性はグループの規模や構造の如何に関わりなくゼロとなるのだ。

例えば、グループ１と２のネットワークが小規模ならば、Ｃを経由しないことにも納得できるかもしれない。しかし、グループのネットワークが 1000000 ノードからなるような規模だった場合、ブリッジにおいてＣを経由しないのは不自然だろう。人工社会のモデルとして媒介中心性を採用するとき、ブリッジの周辺は全く無視されるというのは都合が悪いのである。



これに関してマーク・ニューマンは、媒介中心性のフローにランダム・ウォークを採用することを提案した。確かに、これは一つの解決策かもしれない。しかし、これもまた一つの極論を帰結する。ここでネットワーク・フローは、神のみぞ知る最短経路から転じて酔歩となるのだ。最短経路と酔歩は、フロー・プロセスとしては両極である。また両者は、人間味を欠いているという意味で同じ穴の狢である。私たちはその中道を目指さなくてはならない。

私たちがとる立場は、次のようなニュアンスを持っている。ネットワークの規模が膨大な場合、フローを担う者は、仮に最短経路を指向したとしても、ミスによって脇道に逸れてしまうかもしれない。または、最短経路が可能だったとしても好奇心から迂回路を選択するかもしれない。人間は合理性が制約されているだけでなく、合理性を超えた好奇心を持ち合わせている。

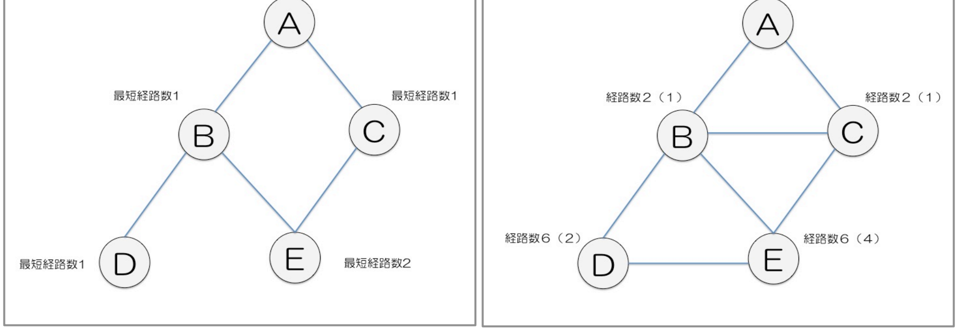
以上のように、「人工社会としての媒介中心性」には、最短経路を旨としながらも、そこから少々逸脱していくような「準最短経路」を想定する必要がある。さて、このようなアルゴリズムは、どのようにデザインされ得るのだろうか。以下に見ていこう。

3-2 準最短経路問題 「ちょっと、よりみち」のアルゴリズム

神と酔っ払いの「間」と言っても、そのレンジはかなりの幅をとるだろう。私たちが提案するフローは、最短経路からやや逸脱するような経路である。より明確には「ちょっと、よりみち」するニュアンスは、次のように定義される。

- 始点から終点に向かう途中で、後戻りはしない
- 同じノードを通過しない
- 同じリンクを通過しない
- 各深度において+１までの冗長さを認める
- 冗長さの範囲は、最短経路から０〜2 倍の距離に収まる

以上のように定義された「ちょっと、よりみち」は、最短経路を目指しながらも、上記のルールに抵触しない迂回路があれば、これを選択し得るような経路である（もちろん最短経路を採用する場合もある）。これを「準最短経路」と呼ぶことにする。ここで経路を選択する者は、最短経路と準最短経路は等価であると見なす、と仮定しよう（例えば、下図左側の A→B と A→C→B の二つ経路は 1/2 の確率でどちらかが選択される）。こうして、媒介中心性の演算において、最短経路と準最短経路のすべての経路を探索して、新しい媒介数を求めることができる。下図右側のカッコの値は、同一深度のノードからの経路数を差し引いたものである。この値の必要性は後述する。



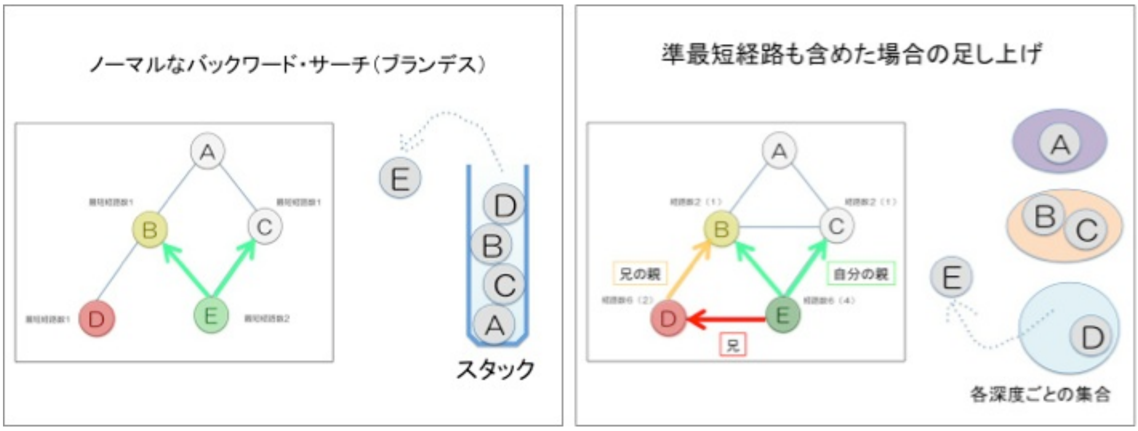
詰まるところ、準最短経路問題とは、形成された幅優先探索木を改めてネットワークとして考えることを意味している。幅優先探索によって、本来なら無視されるはずの各深度におけるノード間（本論はこれを「兄弟」と呼ぶ）のリンクに着目する。

まず、兄弟間のリンクを見ない、単純な幅優先探索ツリーから見ていこう。上図（左側）はAを始点とした最短経路を端的に示している。ここでBに注目しよう。始点Aから他の全ノードにアクセスするとき、Bを経由する場合は、A→B→DとA→B→Eである。ただし、ここで媒介数は1+1=2とはならない。終点EへはA→C→Eというもう一つルートが存在しているからだ。先述の「閉路がある場合」の処理を思い起こしてもらいたい。したがって、Bの媒介数は1+0.5=1.5となる。

ウルリック・ブランデスは、これを効率よく求めるアルゴリズムを考案している。彼の方法では、再帰的に幅優先探索ツリーの子から親に足し合わせていくとき、「最短経路数」の比でスマートに計算できることを示した。すなわち先のA→B→Eの媒介数は、Bの最短経路数1とEの最短経路数2から、子から親に足し合わせるとき、これを1/2で割り引くのである。また、フローの時系列からして、兄弟間のリンクはさらに「兄」と「弟」に分かれる。例えばA→C→Bにおいて、Bから見ればCは「兄」である。子から親に足し合わせるとは、このフローを逆流していくように演算することを意味している。

私たちの準最短経路を含んだ媒介中心性もこのアルゴリズムをひな形にすることができる。ただし、注意しなくてはならない点がいくつか存在する。

- 各深度において、演算対象は「自分の親」だけでなく、「兄」と「兄の親」が加わる
- 「兄」と「兄の親」に関して、単純に最短経路数の比で求めることはできない
- 「兄」から「兄の親」に足し上げるときは「+1」は必要ない（兄は終点になり得ないので）

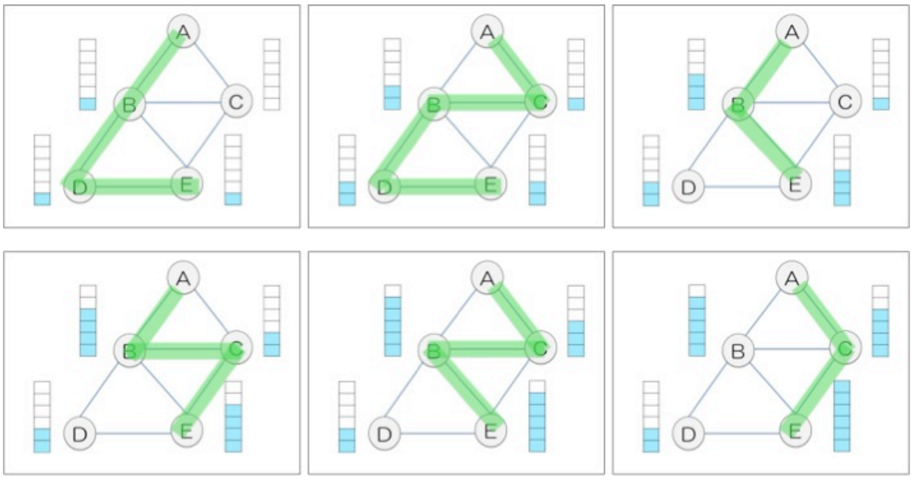


具体的なイメージは上図のようになるだろう。左側はブランデスの標準的な（とはいってもこれは近年生み出されたアルゴリズムで、それまでのものより高速である）ものである。そして右図が、最短経路に加えて準最短経路を含んだ場合の足し上げ方になる。(スタックでも実装できるが、今後の拡張性を考えてあえて各深度の集合を作成している)。

左側のツリーに注目し、ブランデスのアルゴリズムを説明しよう。スタックからノードを順次取り出していき、そのノードの親に「そのノードの中心性に1を足したもの」を加える。ただし、先にも言ったように最短経路数の比で割り引く必要がある。例えばEの最短経路数は2、Bの親は1であるのでBに足し上げる値は（Eの媒介中心性+1）に1/2を乗算したものとなる。最短経路のみの媒介中心性であればこの手続きを再帰的に繰り返すことでAから他の全ノードにアクセスした場合の媒介中心性を求めることができる。

次に右側の場合では、足し上げの対象は、「自身の親」だけでなく、ヨコに隣接する「兄」、さらにこの「兄の親」が加わる。足し上げの順番はどれからでも良いが、ここで注意が必要なのは、「兄」と「兄の親」の足し上げの際の割引率（寄与度）である。例えば、始点 A から E に至るまでの最短経路＋準最短経路の総数は以下の 6 通りとなる。また D もその総数は、D を終点と見なすなら 6 通りなのだが、E を終点として見たときの D の総数は 2 通りである。差分の 4 通りは E→D からのフローである。下図を見ても分かるように、始点A→終点 E までの 6 通りのフローの内、D を通るフローは上段の左の 2 図である。中心性を割り引く比率は、6/6 ではなく、2/6 であることに気をつける必要がある。

すなわち、ブランデスの場合は、単純に最短経路数を記憶すればよかったが、こちらの場合では「最短経路＋準最短経路の総数」と「兄弟からのフローを除外した最短経路＋準最短経路の総数」の二つを記憶することが必要となる。これらはそれぞれ、artisoc モデル内の変数名として「universe.σ」「univarse.σσ」として区分されている。

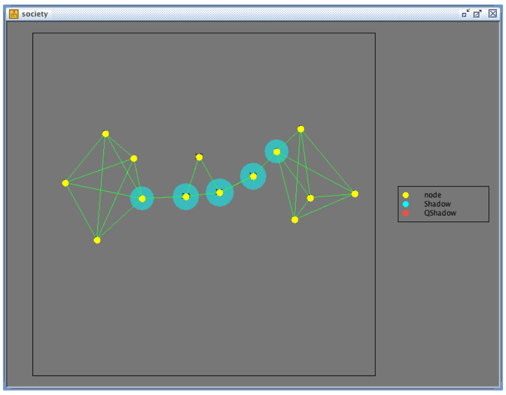


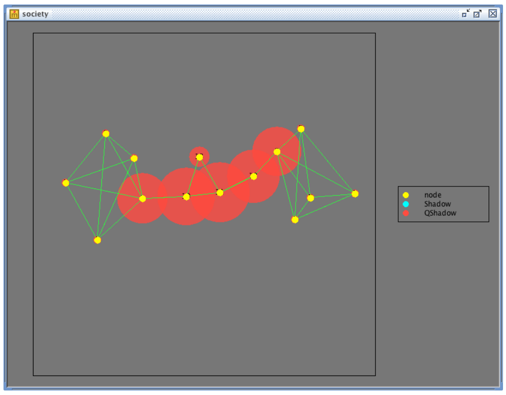
従って、準最短経路を含んだ媒介中心性の寄与率の算出は次のようになる。

- 自分と親の寄与率　：universe.σ/universe.σ（例.「E」と「親 B」：2/6）
- 自分と兄の寄与率　：universe.σσ/universe.σ（例.「E」と「兄 D」：(2)/6）
- 兄と兄の親の寄与率：universe.σ/universe.σσ（例.「E の兄 D」と「兄 D の親 B」：2/(2)）

artisoc にこのアルゴリズムを実装して、媒介中心性を求めた場合、以下のような差異が見られた。ネットワークは二つのグループ間を一つのブリッジが連結している。また、このブリッジには 1 ステップ分冗長な経路が存在している。

下記における左図が標準的な媒介中心性（ブルー）、右図が準最短経路を含んだ媒介中心性（オレンジ）である。左側の一般的な媒介中心性の値に比べて、右側のそれは全体的に中心性が高くなる。またブリッジの 1 ステップ逸脱した経路が準最短経路として認識されているので、それを司るノードはゼロではないことが見て取れるだろう。また、両端のグループは完全グラフ（ブリッジの端点を除けば）であり、通常の媒介中心性はゼロを帰結するが、右側ではそうはならない（かすかにオレンジが見えるはずだが詳細はモデルで確かめて欲しい）。完全グラフでも準最短経路において媒介するノードが存在するからである。





結論と残された課題

以上、本論は、少しだけ冗長な経路を想定した媒介中心性の意義とそのアルゴリズムに関する試論であった。今後は、この指標の数学的な一般化とプログラム上の高速化が必要となるだろう。果たして、これらが克服されたとき、この指標はどのように活かされるのだろうか。

現状で考えられる応用例としては、都市構造のネットワーク分析である。すでに媒介中心性などの指標により分析が進められているが、最短経路という極端な仮定により無視されているノードが存在するだろう。その際、本論の指標と併せて都市を見るとき、より多元的な都市分析が可能となると思われる。

【参考文献】

Brandes, U. (2001) "A Faster Algorithm for Betweenness Centrality," *Journal of Mathematical Sociology*, Vol.25, No.2, pp.163-177.

DeLanda, M. (2000) *A Thousand Years of Nonlinear History*, Zone.

DeLanda, M. (2011) *Philosophy and Simulation: The Emergence of Synthetic Reason*, Continuum Intl Pub Group.

Deleuze, G. and Guattari, F. (1987) *A Thousand plateaus: capitalism and schizophrenia*, University of Mnnesota Press. (宇野邦一他訳『千のプラトー―資本主義と分裂症』河出書房新社, 1994.)

Freeman, L. C. (1979) "Centrality in Social Networks: Conceptual Clarification," *Social Networks*, Vol.1, No.3, pp.215-239.

Granovetter, M. S. (1973) "The Strength of Weak Ties," *American Journal of Sociology*, Vol.78, No.6, pp.1360-1380. (野沢慎司編・監訳『リーディングスネットワーク論』勁草書房, 2006, 所収.)

Hohenberg, P. and Lees, L. H. (1995) *The Making of Urban Europe, 1000-1994*, Harvard University Press.

Hyde, L. (1998) *Trickster Makes This World*, Farrar, Straus & Giroux, Inc. (伊藤誓他訳『トリックスターの系譜』法政大学出版局, 2005.)

Karatani, K. (2005) *Transcritique*, MIT Press.

Marx, K. (1962-64) *Das Kapital,* BD. I－III, *MEW* 23-25, Diez Verlag. (岡崎次郎訳『資本論』(1)-(8), 国民文庫, 1972.)

Newman, M. E. J. (2005) "A measure of betweenness centrality," *Soc. Networks*, Vol.27, pp.39-54.

棚橋豪（2011）「商人資本の形式化」『MAS コンペティション 論文集』Vol.11, pp.37-60.

棚橋豪（2012）「ネットワーク・システムと遊牧商人」『MAS コンペティション 論文集』Vol.12, pp.58-74.

林幸雄編著（2007）『ネットワーク科学の道具箱―つながりに隠れた現象をひもとく』近代科学者.