

平成 26 年度  
筑波大学理工学群社会工学類  
卒業研究論文

筑波大学内郵便局における  
待ち行列の測定とシミュレーション

経営工学主専攻  
学籍番号：201111209  
氏名：石田涼  
指導教員：高木英明 教授

2015 年 1 月 23 日

## 目次

1	はじめに	3
1.1	研究目的	3
1.2	本論文の構成	3
2	筑波大学内郵便局における待ち行列の測定	4
2.1	筑波大学内郵便局の概要	4
2.2	筑波大学内郵便局の郵便局長へのヒアリング	5
2.3	測定結果と考察 客の動きと各時間の平均について	6
2.4	測定結果と考察 各時間の分布について	8
2.5	測定結果と考察 属性について	11
3	筑波大学内郵便局における待ち行列のモデル化と解析	13
3.1	M/M/s モデルの導出	13
3.2	サービスを受ける前に記入作業をするモデルの導出	15
3.3	サービスを受けた後再びサービスを受ける客を考慮したモデル化	15
3.4	解析結果	18
4	筑波大学内郵便局における待ち行列のシミュレーション	20
4.1	シミュレーション概要	20
4.2	シミュレーション結果と考察 パターン 1 からパターン 17 について	23
4.3	シミュレーション結果と考察 パターン 18 からパターン 20 について	29
4.4	シミュレーション結果と考察 全体を通して	31
5	まとめと今後の課題	32
5.1	本研究の総括	32
5.2	今後の課題	32
6	謝辞	33

## 概要

本研究では筑波大学構内にある郵便局に対して待ち行列理論を用い、郵便局の混雑解消と利便性向上を目的とし研究を行った。研究の方法として待ち行列の測定、モデル化・解析、シミュレーションの3つの方法を用いた。待ち行列の測定では実際に郵便局で客の出入りを記録し、郵便局長へのヒアリングも行った。待ち行列のモデル化・解析では測定結果を元に待ち行列のモデル化を行い、M/M/s モデルに記入と再帰を加えたモデルを考案した。待ち行列のシミュレーションでは株式会社構造計画研究所のシミュレーションソフト artisoc academic を用い、モデル化・解析では行いきれなかったモデルのシミュレーションを行った。

# 1 はじめに

## 1.1 研究目的

待ち行列理論は混雑という現実の問題を解決するために生まれた。当初は電話の利用者に適切な通信品質とコストでサービスが提供できるように通信回線数を考えたことから始まった。以来 100 年以上にわたって発展し続け、数学的手法やシミュレーションを用いることによってより複雑な問題を解決できるようになった。現在、待ち行列理論は鉄道、道路交通、店舗、コールセンター等あらゆる分野で応用されている。

高橋・森村 (2001)[1] はあらゆる分野に応用されている待ち行列理論を紹介している。その例の 1 つとして電車やバスの待ちが紹介されている。電車（あるいはバス）がある一定の時間間隔  $a$  で運行されていると、客の平均待ち時間は  $\frac{a}{2}$  となる。しかし、ある時間内に運行される電車の本数は同じとして、電車の到着がポアソン過程に従うとすると、客の平均待ち時間は  $a$  となる。詳しい導出はここでは省略するが、一定時間間隔運行よりポアソン過程に従う運行の方が電車の到着時間間隔の分散が大きくなるため、客の平均待ち時間が増加する。電車の到着時間間隔の分散が 0 となる一定時間間隔運行が最も客の平均待ち時間が短い。また、あるバスが到着した後すぐに次のバスが到着するようなダンゴ運転はより客の平均待ち時間を増加させてしまうことがあり、状況にもよるが、ポアソン過程に従う運行の何倍もの平均待ち時間になってしまうこともある。齋藤 (2007)[2] は献血のシステムに待ち行列理論を用いた。献血者と血液を回収・輸送する輸送車の到着をポアソン過程に従うとし、適切な血液の輸送回数は、献血者の到着率と人口の差により都道府県毎で異なると結論づけた。

一般的な企業の場合、サーバーの数を増やす等サービス処理能力を上げることと、サービスを行うまでの待ち時間を少なくすることは、コストと便益のトレードオフの関係にある。例えば、コールセンターのオペレーターの数を増やせば、一度に多くの顧客に対応でき顧客の待ち時間を少なくすることが期待できるが、オペレーターの数を増やすのにコストがかかる。適切なオペレーターの数を決めるのに待ち行列理論が使われている。

本研究では待ち行列理論を応用する対象として筑波大学内に設置されている郵便局を選んだ。この郵便局は学生、大学教授、大学事務員、地域住民等多くの人に利用されており、筑波大学内郵便局の郵便局長によると、茨城県一の忙しい郵便局だと言われている。郵便局の場合でも、サービス処理能力を上げることと待ち時間を少なくすることはコストと便益のトレードオフの関係にある。窓口の数を増やせば一度に多くの客に対応することができ客はそこまで待つことなくサービスを受けることができるだろう。しかし、窓口の数を増やすには郵便局員を増やさなければならないしスペースも必要になる。本研究では筑波大学内郵便局の混雑解消と郵便局利用者の利便性向上のため、待ち行列理論とシミュレーションを用いて考察する。

## 1.2 本論文の構成

筑波大学内郵便局における待ち行列を測定し、待ち行列理論と、待ち行列理論を元に構築したシミュレーション結果を比較し考察する。第 2 章では筑波大学内郵便局における待ち行列の測定について述べる。第 3 章では測定結果を参考に待ち行列理論を応用し、待ち行列のモデル化と解析を行う。第 4 章では筑波大学内郵便局における待ち行列のシミュレーションとその結果について述べる。第 5 章では本研究の総括と今後の課題について述べる。

## 2 筑波大学内郵便局における待ち行列の測定

この章では筑波大学内郵便局における待ち行列の測定について述べる。2.1 章では筑波大学内郵便局の概要について述べる。2.2 章では筑波大学内郵便局局長へのヒアリング調査についてまとめた。2.3 章では客の動きと各時間の平均についての測定結果を考察している。2.4 章では各時間の分布についての測定結果を考察している。2.5 章では属性についての測定結果を考察している。

### 2.1 筑波大学内郵便局の概要

筑波大学構内に設置されている郵便局は正式には筑波大学内郵便局といい、窓口がある郵便局と、窓口とは別に ATM コーナーがある。本研究では窓口のみを研究対象とする。

筑波大学内郵便局はその立地特性上、学生（日本人、海外からの留学生）、教授、大学事務員、地域住民等様々な客が訪れる。大学宿舍家賃の振込み、構内駐車場の料金支払い、紫峰会（筑波大学学生後援会、会員数約 9000[3]）会員に向けた会報の送付等、他の郵便局にはない数多くのサービスを提供している。

筑波大学内郵便局の窓口は 5 つあり、内 2 つははがきや封筒・小包などの郵便物のみ受け付ける窓口であり、その他の 3 つの窓口は貯金・保険・振込・口座開設等郵送以外のサービスに対応している。郵便物のみに対応する窓口では待ちが発生した場合窓口の後ろに行列ができ、郵便物以外のサービスに対応する窓口では発券機で先着順にサービスを受けることができる。

筑波大学内郵便局の営業時間は午前 9 時から午後 5 時までであるが、郵便物以外のサービスに対応する窓口は午後 4 時までの受付となる。

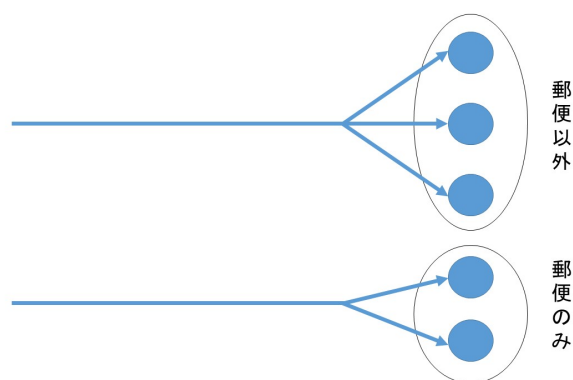


図 1 筑波大学内郵便局の窓口の図

## 2.2 筑波大学内郵便局の郵便局長へのヒアリング

筑波大学内郵便局の混雑の現状を知るため、2014 年の 5 月 9 日と 12 月 5 日に筑波大学内郵便局の郵便局長へのヒアリングを行った。

筑波大学内郵便局には常時 7 人程度の郵便局員がおり、基本的に各窓口に郵便局員が 1 人着いている。窓口に着いてない郵便局員は郵便局の奥で作業をしているか、交代で休憩を取っている。また窓口に着いているかいないかにかかわらず、郵便局員は客にサービスを提供する以外にも事務書類作成や来客の対応等仕事があり、5 つの窓口が必ずしも全て稼働しているとは限らない。郵便局員は全員全てのサービスを顧客に提供できるように教育を受けている。

筑波大学内郵便局の繁忙期は 4 月と 10 月であり、これは多くの新入生や留学生が宿舍代や駐車場代等の支払いにやってくるからだという。多いときには一日あたり 600 人ほどの来局がある。混雑がひどいときは郵便局内に行列が入りきらず、郵便局の外まで行列が続くことがあるという。おおよそであるが、郵便局内は 15 人ほどで一杯になり、30 人ほど行列に並ぶこともあるようだ。長い待ち行列が発生したとき、窓口に着いてない郵便局員が行列に並んでいる客に話しかけ、必要書類の記入やどの窓口で受け付けをしたらよいかアドバイスをを行う場合がある。これは銀行などで見られる案内係のような役割を果たし、客のサービス時間の低下・混雑の解消が期待できる。

また、筑波大学内郵便局特有の混雑の要因として日本語が不自由な外国人留学生の存在がある。筑波大学には平成 25 年 4 月 1 日現在 1,744 人の留学生がおり、全学生のおよそ 10.6% を占める [4]。外国人留学生は母国への送金等でよく郵便局を訪れるようだが、中には日本語が不自由な人もおり、全く日本語が通じない人も存在するようだ。そういった客には長いサービス時間が必要であり、時として何時間も窓口を占領してしまうこともあるらしい。筑波大学内郵便局では日本語が不自由な外国人留学生のために筑波大学構内にある留学生センターに協力を要請し、留学生センターの職員が通訳として外国人留学生に付いてきてもらうことがある。

時期によって多くの学生が来局する点と日本語が不自由な外国人留学生がいる点が筑波大学内郵便局特有の問題点であるようだ。また、郵便局の大きさと郵便局員数には限りがあり、現状の 5 つの窓口より数を増やすことは大変困難であることもわかった。

## 2.3 測定結果と考察 客の動きと各時間の平均について

郵便局内で客の来局時間、窓口に並んだ時間、サービスを受け始めた時間、サービスを終えた時間、郵便局から退出した時間、どの窓口でサービスを受けたかを記録した。また客の性別、国籍、学生か否かは見た目から判断して記録した。測定は6月4日(水)と6月20日(金)の2日間行った。

測定の結果、ほとんどの客は図2のような動きをすることがわかった。まず、客は来局したら窓口に向かう。このとき待ち行列ができていたら待ち行列の一番後ろに並ぶ。また、行列に並ぶ前に「記入」という作業を行う客が存在する。これは、郵便物の送り状など書類を書く作業を意味する。記入作業を終えた客は作業が終わり次第窓口に向かう。窓口でサービスを受けた後は、退局するか再び窓口に向かう。再び窓口に向かう理由は郵便物の送り状に不備があったり、郵便のみを受け付ける窓口で振り込みを行おうとして別の窓口に行くよう指示される場合等が考えられる。このように再び窓口に向かうことを「再帰」と名付ける。再帰を行う際にも記入時間が必要となる場合がある。ほとんどの客はこのようにしてサービスを受ける。

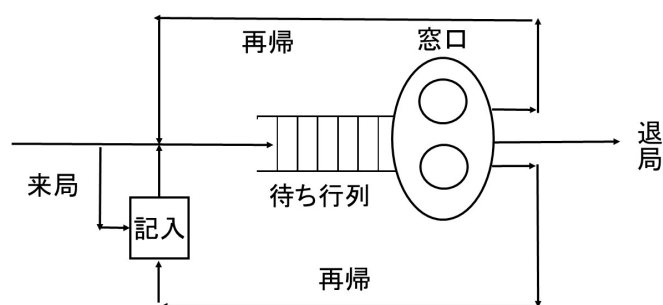


図2 筑波大学内郵便局での客の動き

筑波大学内郵便局での測定結果を表1にまとめた。6月は筑波大学内郵便局の開散期にあたり、一日の来客数は300人ほどであった。郵便以外のサービスより郵便のみのサービスを受ける客のほうが多いことがわかる。平均記入時間は6月4日の測定では郵便以外のサービスを利用する客のほうが多く必要とするという結果が得られたが、6月20日の測定では郵便のみのサービスを利用する客のほうが多く必要とするという結果になり、郵便のみと郵便以外のどちらがより多くの記入時間を必要とするかは一概には言えない結果になった。平均待ち時間、平均サービス時間はともに郵便以外のサービスのほうが多くかかる傾向にあるようだ。再起確率は郵便のみのサービスを利用する客のほうが若干高い傾向にあるようだ。このように郵便のみと郵便以外のサービスでは客数やサービス時間等に異なる点があるため、以降この2つのサービスは分けて考察を続ける。

	6 月 4 日	6 月 4 日	6 月 4 日	6 月 20 日	6 月 20 日	6 月 20 日
	郵便のみ	郵便以外	全体	郵便のみ	郵便以外	全体
客数	200 人	114 人	314 人	200 人	119 人	319 人
平均記入時間	319 秒	382 秒	339 秒	271 秒	243 秒	262 秒
平均待ち時間	77 秒	208 秒	124 秒	18 秒	151 秒	68 秒
平均サービス時間	118 秒	245 秒	163 秒	78 秒	160 秒	108 秒
平均滞在時間	354 秒	581 秒	436 秒	284 秒	460 秒	350 秒
再起確率	14%	10%	13%	17%	16%	17%

(注：客数以外は少数第一位を四捨五入)

表 1 筑波大学内郵便局での測定結果

また一部では、ある客がサービスを受け終えた後すぐ後ろに並んでいた客のサービスを始める前に窓口がサービスの後処理を行うことがあった。平均サービス時間と平均サービス時間＋後処理時間を加えたものを表 2 に示した。その結果後処理時間はサービス時間と比べわずかなものであり、6 月 4 日の測定では平均で 10 秒弱ほどの後処理時間が見られたが、6 月 20 日の測定ではほとんど差は見られなかった。以降後処理時間は考慮しないで議論を進める。

	6 月 4 日	6 月 4 日	6 月 20 日	6 月 20 日
	郵便のみ	郵便以外	郵便のみ	郵便以外
平均サービス時間	118 秒	245 秒	78 秒	160 秒
平均サービス時間＋後処理時間	123 秒	255 秒	78 秒	160 秒

(注：小数第一位を四捨五入)

表 2 平均サービス時間と平均サービス時間＋後処理時間の比較



## 2.4 測定結果と考察 各時間の分布について

筑波大学内郵便局に来客する客の到着時間間隔の分布を図 3 に示した。図 3 の棒グラフは測定で得られた到着時間間隔であり、折れ線グラフは測定で得られた到着時間間隔の平均を平均とする指数分布である。横軸は時間を表し縦軸は頻度を表す。筑波大学内郵便局に来客する客の到着時間間隔の分布はおおよそ指数分布に従っていると言える。したがって、測定で得られた到着時間間隔の平均を  $\lambda$  とすると、筑波大学内郵便局に到着する客の分布は平均  $\frac{1}{\lambda}$  のポアソン分布に従うと言える。

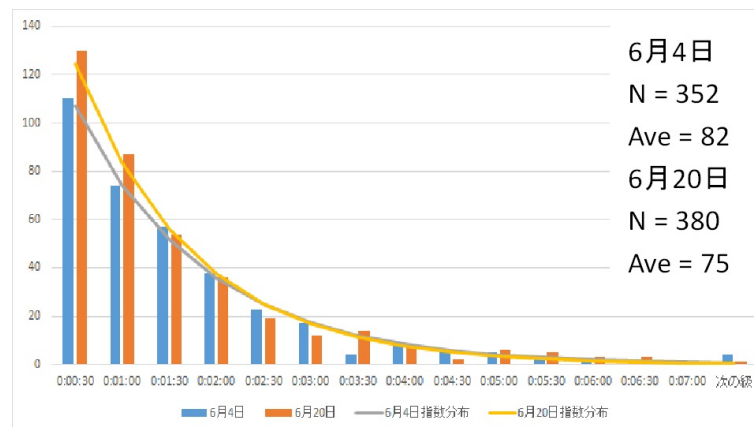


図 3 筑波大学内郵便局に来局する客の到着時間間隔の分布

筑波大学内郵便局に来客する客が郵便のみの窓口でかかるサービス時間の分布を図 4 に示した。図 4 の棒グラフは測定で得られた郵便のみのサービス時間であり、折れ線グラフは測定で得られた郵便のみのサービス時間の平均を平均とする指数分布である。横軸は時間を表し縦軸は頻度を表す。筑波大学内郵便局に来客する客が郵便のみの窓口でかかるサービス時間の分布は、一部当てはまりが悪い部分もあるが、おおよそ指数分布に従うと言える。

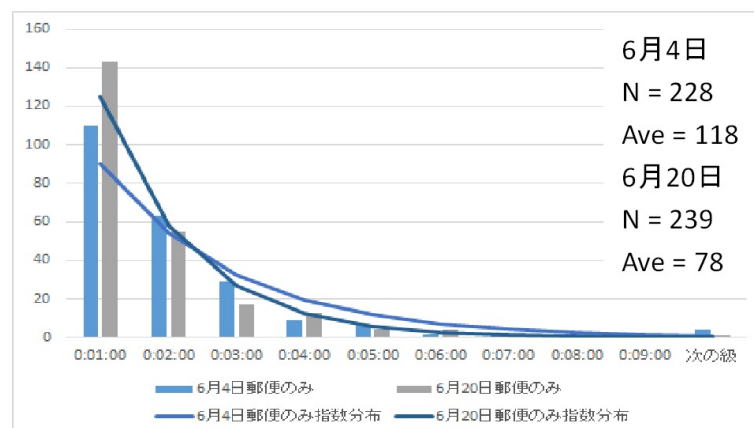


図 4 筑波大学内郵便局に来客する客が郵便のみの窓口でかかるサービス時間の分布

筑波大学内郵便局に来客する客が郵便以外の窓口でかかるサービス時間の分布を図5に示した。図5の棒グラフは測定で得られた郵便以外のサービス時間であり、折れ線グラフは測定で得られた郵便以外のサービス時間の平均を平均とする指数分布である。サービス時間の平均は4分ほどであるが、中には何十分もサービス時間がかかる客もいた。横軸は時間を表し縦軸は頻度を表す。筑波大学内郵便局に来客する客が郵便以外の窓口でかかるサービス時間の分布は指数分布に従うとは言い難い。

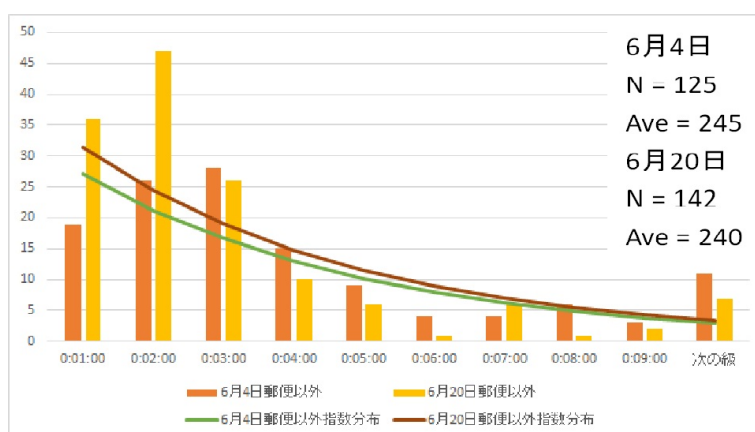


図5 筑波大学内郵便局に来客する客が郵便以外の窓口でかかるサービス時間の分布

筑波大学内郵便局に来客する客が郵便以外の窓口でかかるサービス時間の分布は指数分布に従うとは言え難いため、別の分布、2次超指数分布の検討を行う。なお、2次超指数分布は Gunter Bolch, Stefan Greiner, Hermann de Meer, Kishor S.Trivedi(2006)[5] を参考にした。

2次超指数分布を図6に示した。横軸はサービス時間を表し縦軸は頻度を表すと仮定すると、指数分布と比べ2次超指数分布の方がより短時間のサービス時間の頻度が高く、長時間のサービス時間の頻度が低い。

2次超指数分布は

$$f(x) = \alpha_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + \alpha_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} \quad x \geq 0 \quad \text{ただし} \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

で表される。平均  $\mu \geq 0$  と自乗変動係数  $c^2 = \frac{\text{分散}}{\text{平均の自乗}} \geq 1$  を持ち、「均衡のとれた平均」の条件

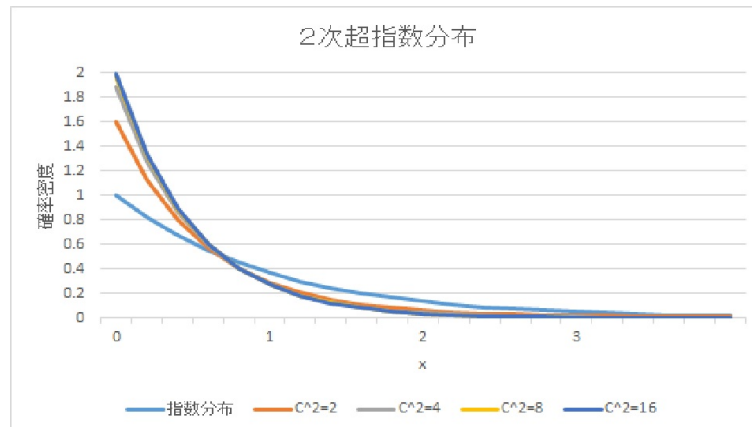
$$\frac{\alpha_1}{\lambda_1} = \frac{\alpha_2}{\lambda_2}$$

を満たすような2次超指数分布は、パラメータを

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{c^2 - 1}{c^2 + 1}} \right) ; \quad \lambda_1 = \frac{2\alpha_1}{\mu} ; \quad \lambda_2 = \frac{2\alpha_2}{\mu}$$

とすればよい。なお、 $c^2 = 1$  に近づくほど2次超指数分布は指数分布に近づき、 $c^2 = 1$  の場合は指数分布に一致する。

しかし、6月4日の郵便以外のサービスにおける自乗変動係数は1.15と2次超指数分布で表現してもほとんど指数分布と変わらず、6月20日の郵便以外のサービスにおいては自乗変動係数は0.26と1より小さくなってしまふ。今後の分析の容易さも考慮し、郵便以外のサービス時間も指数分布に従うとして考察を続ける。



(注：分布の平均は全て 1 にそろえた。)

図 6 指数分布と 2 次超指数分布

筑波大学内郵便局に来客する客の記入時間の分布を図 7 に示した。横軸は時間を表し縦軸は頻度を表す。記入時間の平均は 5 分ほどであるが、中には何十分も記入時間がかかる客もいた。記入時間の分布に特徴は見られない。

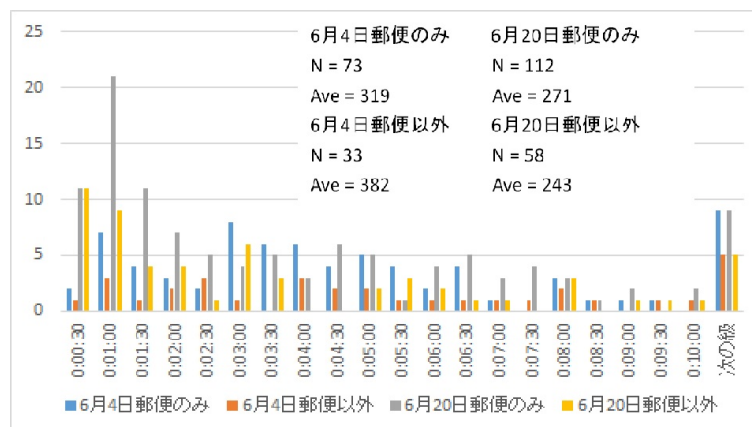


図 7 筑波大学内郵便局に来客する客の記入時間の分布

以上より、筑波大学内郵便局に来客する客はポアソン過程に従い、サービス時間は郵便のみも郵便以外も共に指数分布に従い、記入時間は特定の分布には従わないと仮定して議論を進める。

## 2.5 測定結果と考察 属性について

次に属性別（性別・国籍・学生か否か）に測定結果を考察する。属性は見た目判断した。図 8 から図 11 は学生と非学生の 15 分毎の来客数を表している。縦軸は来客数、横軸は表している。棒グラフの赤い部分は筑波大学の授業の間の休み時間に当たる時間である。休み時間に来局する学生は多いと予想したが、測定の結果必ずしもそうではないことがわかった。これは学生によっては授業のない時間があり、必ずしも筑波大学の授業の間の休み時間に来局しないからだと考えられる。

図 8 6 月 4 日における学生の 15 分毎来客数

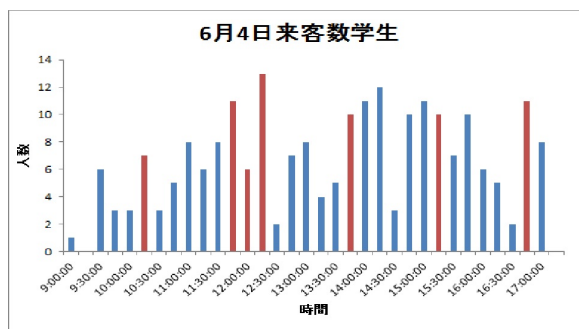


図 9 6 月 20 日における学生の 15 分毎来客数

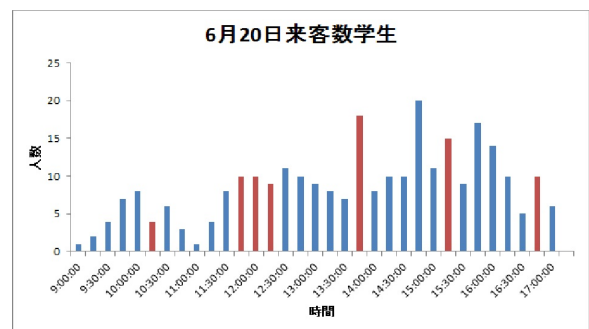


図 10 6 月 4 日における非学生の 15 分毎来客数

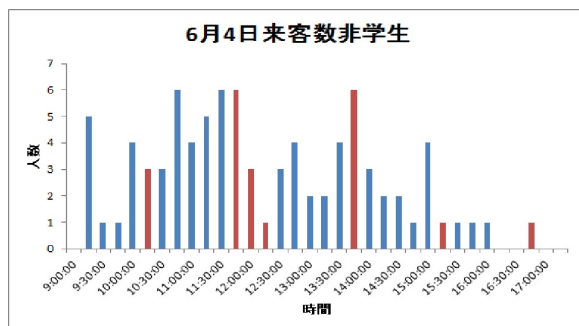
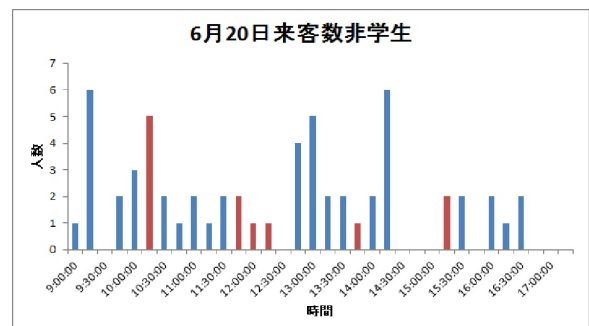


図 11 6 月 20 日における非学生の 15 分毎来客数



属性別のサービス時間・記入時間を表 3 と表 4 にまとめた。

サービス時間は男性より女性の方が長い傾向が見られた一方で、記入時間は男性の方が長い傾向にあった。また、外国人は全体的にサービス時間が長く、記入時間では特に郵便のみのサービスで長い傾向が見られた。これは日本語に不慣れな外国人がいるため、サービス時間や記入時間を長く必要としてしまうことがあると考えられる。また学生は学生でない人に比べ特に郵便以外のサービスでサービス時間・記入時間共に長い傾向が見られた。これは、測定で見られた非学生は学生より年齢が高い人がほとんどであり、また郵便のみのサービスは送り状を書いて料金を支払うだけの単純なサービスだが郵便以外のサービスでは様々な手続きが必要なことがあり、学生より人生経験が豊富な非学生の方がスムーズに処理が進むためではないかと考えられる。

	6 月 4 日 郵便のみ	6 月 4 日 郵便以外	6 月 20 日 郵便のみ	6 月 20 日 郵便以外
男性	96 秒	239 秒	76 秒	140 秒
女性	146 秒	250 秒	81 秒	194 秒
日本人	115 秒	242 秒	75 秒	150 秒
外国人	179 秒	241 秒	98 秒	231 秒
学生	121 秒	275 秒	75 秒	161 秒
非学生	122 秒	197 秒	92 秒	155 秒

(注：小数第一位を四捨五入)

表 3 属性別のサービス時間の比較

	6 月 4 日 郵便のみ	6 月 4 日 郵便以外	6 月 20 日 郵便のみ	6 月 20 日 郵便以外
男性	116 秒	109 秒	142 秒	121 秒
女性	90 秒	92 秒	110 秒	59 秒
日本人	76 秒	102 秒	108 秒	98 秒
外国人	282 秒	98 秒	288 秒	116 秒
学生	123 秒	118 秒	113 秒	105 秒
非学生	52 秒	78 秒	192 秒	82 秒

(注：小数第一位を四捨五入)

表 4 属性別の記入時間の比較

測定では属性は見た目で判断して集計したため、主観的な判断が混じっている可能性がある。今後の考察では属性の違いは考慮しない。

### 3 筑波大学内郵便局における待ち行列のモデル化と解析

この章では大学内郵便局における待ち行列のモデル化と解析について述べる。3.1 章では M/M/s モデルの導出を行う。3.2 章では記入を考慮した M/M/s モデルの導出を行う。3.3 章では記入とサービスを受けた後再びサービスを受ける再帰を考慮した M/M/s モデルの導出を行う。3.4 章ではモデル化と解析の結果をまとめる。

#### 3.1 M/M/s モデルの導出

2.3 節で筑波大学内郵便局に到着する客はポアソン分布に従い、郵便のみのサービス時間は指数分布に従うと述べた。ここで到着率は  $\lambda$  でポアソン到着をし、平均サービス時間は  $\mu$  で指数分布に従い、サーバーの数は  $s$  で非負の整数値を取ると仮定した M/M/s モデルを導出する。サービスは先着順で行われる (*First-In-First-Out*)。なお、モデルの導出には鈴木 (1972)[6] を参考にした。



図 12 M/M/s モデルの状態遷移図

状態遷移図は図 12 のようになり、 $0 \leq j \leq s-1$  において状態  $j$  から状態  $j+1$  への推移は  $\lambda$  で起こり、 $j+1$  から  $j$  への推移は  $(j+1)\mu$  で起こる。また、 $s \leq j$  においては状態  $j$  から状態  $j+1$  への推移は  $\lambda$  で、 $0 \leq j \leq s-1$  の場合と同じであるが、状態  $j+1$  から状態  $j$  への推移は、サーバーが埋まっているため  $s\mu$  で一定値である。

$p_n$  を系内に  $n$  人いる状態だとすると、 $j=0$  のとき

$$\lambda p_0 = \mu p_1 \quad (1)$$

$1 \leq j \leq s-1$  のとき

$$\lambda p_{j-1} + (j+1)\mu p_{j+1} = (\lambda + j\mu)p_j$$

すなわち

$$\lambda p_{j-1} - (\lambda + j\mu)p_j + (j+1)\mu p_{j+1} = 0 \quad (2)$$

$j \geq s$  のとき

$$\lambda p_{j-1} + s\mu p_{j+1} = (\lambda + j\mu)p_j$$

すなわち

$$\lambda p_{j-1} - (\lambda + j\mu)p_j + s\mu p_{j+1} = 0 \quad (3)$$

規格化条件より

$$\sum_{j=0}^{\infty} p_j = 1 \quad (4)$$

式 (1),(2),(3) による連立方程式

$$\begin{cases} \lambda p_0 = \mu p_1 \\ \lambda p_{j-1} - (\lambda + j\mu)p_j + (j+1)\mu p_{j+1} = 0 & (1 \leq j \leq s-1) \\ \lambda p_{j-1} - (\lambda + j\mu)p_j + s\mu p_{j+1} = 0 & (j \geq s) \end{cases} \quad (5)$$

を規格化条件 (4) を用いて解く。

$$z_i = \begin{cases} \lambda p_{j-1} - j\mu p_j, & (1 \leq j \leq s-1) \\ \lambda p_{j-1} - s\mu p_j, & (j \geq s) \end{cases}$$

とおくと (5) 式は

$$\begin{cases} z_1 = 0, \\ z_j - z_{j+1} = 0, & (j \geq 1) \end{cases}$$

となる。したがって

$$z_j = 0, \quad (j \geq 1)$$

となるから

$$\begin{cases} j\mu p_j = \lambda p_{j-1}, & (1 \leq j \leq s-1) \\ s\mu p_j = \lambda p_{j-1}, & (j \geq s) \end{cases}$$

を得る。 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  とおけば上式より

$$p_j = \begin{cases} \frac{\rho^j}{j!} p_0, & (1 \leq j \leq s) \\ \left(\frac{\rho}{s}\right)^{j-s} p_s = \frac{\rho^j}{s! s^{j-s}} p_0, & (j \geq s) \end{cases}$$

$p_0$  は規格化条件

$$p_0 \left\{ \sum_{j=0}^{s-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^s}{s!} \sum_{j=s}^{\infty} \left(\frac{\rho}{s}\right)^{j-s} \right\} = 1$$

より求められる。なお、この中括弧の中の級数は  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < s$  の場合のみ収束するため、 $p_j$  が存在するための必要条件である。 $\rho < s$  となるとき

$$p_0 = \left\{ \sum_{j=0}^s \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^{s+1}}{s!(s-\rho)} \right\}^{-1}$$

となる。

### 3.2 サービスを受ける前に記入作業をするモデルの導出

3.1 章で導出した M/M/s モデルに記入作業を加えたモデルを導出する。記入とは 2.3 章で述べたように来局した客が窓口に向かう前に行う作業のことである（図 2 参照）。

筑波大学内郵便局への客の到着率を  $\lambda$  とし、ある確率  $q$  で来局した客はそのまま窓口に向かい、確率  $(1-q)$  で来局した客は記入作業を行うとする。記入時間の平均を  $a$  秒とすると、記入作業を考慮した窓口へ向かう到着率  $\lambda'$  は  $(1-q)\lambda a + q\lambda$  となる。

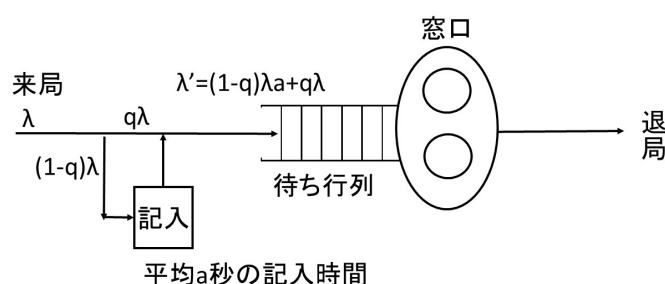


図 13 記入作業を考慮した筑波大学内郵便局の図

記入作業は、到着率は  $(1-q)\lambda$  でポアソン到着をし、平均サービス時間は  $a$  で特定の分布には従わず、サーバーの数は無限大である M/G/∞ モデルで表現できる。記入作業の系内人数を  $N_1$  とし、 $b = (1-q)\lambda a$  とおくと

$$P\{N_1 = k\} = \frac{b^k}{k!} e^{-b}$$

となる。待ち行列と窓口の系内人数を  $N_2$ 、 $N_1$  と  $N_2$  を合わせた系内人数を  $N$  とおくと、畳み込みにより

$$P\{N = k\} = \sum_{k_1=0}^k P\{N_1 = k_1\} P\{N_2 = k - k_1\}$$

となる。

### 3.3 サービスを受けた後再びサービスを受ける客を考慮したモデル化

3.2 章で導出した M/M/s モデルに記入作業を加えたモデルに、再帰の発生を考慮したモデルを導出する。再帰とはサービスを受けた後再び行列の一番後ろに並びサービスを受ける現象である（図 2 参照）。

再帰が起きるとき、記入作業を行わず窓口に向かう確率を  $p_1$ 、記入作業を行ってから窓口に向かう確率を  $p_2$  とする。記入、再帰を含む窓口への到着率を  $\lambda'$  とおくと

$$\lambda' = (1-q)\lambda + p_2\lambda' + q\lambda + p_1\lambda'$$



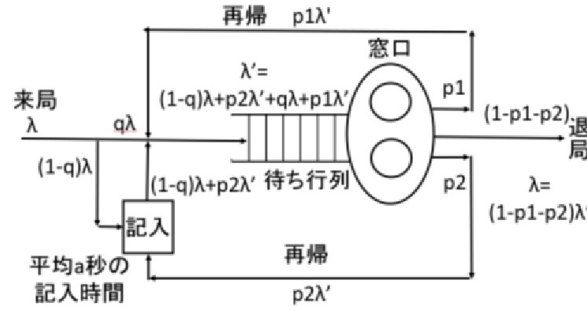


図 14 記入と再帰を考慮した筑波大学内郵便局の図

したがって

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 - p_1 - p_2}$$

記入作業の系への到着率は

$$\begin{aligned} (1-q)\lambda + p_2\lambda' &= (1-q)\lambda + p_2 \frac{\lambda}{1 - p_1 - p_2} \\ &= \left\{ (1-q) + \frac{p_2}{1 - p_1 - p_2} \right\} \lambda \end{aligned}$$

記入作業は、到着率は  $\left\{ (1-q) + \frac{p_2}{1 - p_1 - p_2} \right\} \lambda$  でポアソン到着をし、平均サービス時間は  $a$  で特定の分布には従わず、サーバーの数は無限大である  $M/G/\infty$  モデルで表現できる。 $c = \left\{ (1-q) + \frac{p_2}{1 - p_1 - p_2} \right\} \lambda a$  とおくと

$$P\{N_1 = k\} = \frac{c^k}{k!} e^{-c}$$

となる。待ち行列と窓口の系への到着率は  $\lambda'$  なので、この系内人数  $N_2$  は  $\rho' = \frac{\lambda'}{\mu}$  とおくと

$$P\{N_2 = k\} = \begin{cases} \left\{ \sum_{j=0}^s \frac{\rho'^j}{j!} + \frac{\rho'^{s+1}}{s!(s-\rho')} \right\}^{-1} & (k=0) \\ \frac{\rho'^k}{k!} P\{N_2 = 0\}, & (1 \leq k \leq s) \\ \left( \frac{\rho'}{s} \right)^{k-s} P\{N_2 = s\} = \frac{\rho'^k}{s! s^{k-s}} P\{N_2 = 0\}, & (k \geq s) \end{cases}$$

となる。3.2 章の場合と同様に、全体の系内人数  $N$  は畳み込みにより

$$P\{N = k\} = \sum_{k_1=0}^k P\{N_1 = k_1\} P\{N_2 = k - k_1\}$$

となる。

定常状態において、待ち行列と窓口の系の長さの平均  $L$  は

$$\begin{aligned}
L &= \sum_{j=0}^{\infty} j p'_j \\
&= \sum_{j=0}^s j p'_0 \frac{\rho'^j}{j!} + \sum_{j=s+1}^{\infty} j p'_0 \frac{\rho'^j}{s! s^{j-s}} \\
&= \rho' p'_0 \sum_{j=0}^{s-1} \frac{\rho'^j}{j!} + \frac{p'_0 \rho'^s}{s!} \sum_{j=1}^{\infty} (j+s) \left(\frac{\rho'}{s}\right)^j \\
&= \rho' p'_0 \sum_{j=0}^{s-1} \frac{\rho'^j}{j!} + \frac{p'_0 \rho'^s}{s!} \left\{ \frac{\frac{\rho'}{s}}{\left(1 - \frac{\rho'}{s}\right)^2} + \frac{\rho'}{1 - \frac{\rho'}{s}} \right\} \\
&= \rho' + \frac{\frac{\rho'}{s}}{\left(1 - \frac{\rho'}{s}\right)^2} p'_s
\end{aligned}$$

定常状態において、待ち行列の長さの平均  $L_q$  は、待ち行列の長さ  $Q^*$  と待ち行列と窓口の系の長さ  $Q$  の間に  $Q^* = \max(0, Q - s)$  となる関係があるから

$$\begin{aligned}
p_0^* &= P(Q^* = 0) = P(Q \leq s) = p'_0 \sum_{j=0}^s \frac{\rho'^j}{j!} \\
p_j^* &= P(Q^* = j) = P(Q = j + s) = \frac{p'_0 \rho'^{j+s}}{s^j s!}, (j \geq 1)
\end{aligned}$$

よって

$$L_q = \sum_{j=0}^{\infty} j p_j^* = \frac{p'_0 \rho'^s}{s!} \sum_{j=1}^{\infty} j \left(\frac{\rho'}{s}\right)^j = \frac{\frac{\rho'}{s}}{\left(1 - \frac{\rho'}{s}\right)^2} p'_s$$

定常状態において、待ち時間の平均  $W_q$  は、リトルの公式より

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'} = \frac{\frac{\rho'}{s}}{\left(1 - \frac{\rho'}{s}\right)^2} \frac{p'_s}{\lambda'}$$

### 3.4 解析結果

図 15 から図 18 は郵便のみと郵便以外のサービス別に局内人数の測定値と理論値を表したのもである。縦軸は一秒ごとの店内人数を積み重ねた値であり、横軸は局内人数を表している。また、棒グラフは測定値を示しており、折れ線グラフは理論値である。

図 15 6月4日郵便のみの局内人数：測定値と理論値

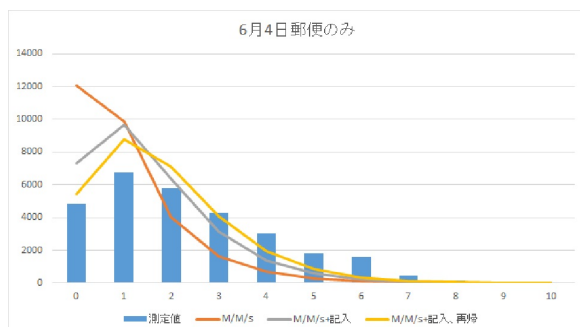


図 16 6月4日郵便以外の局内人数：測定値と理論値

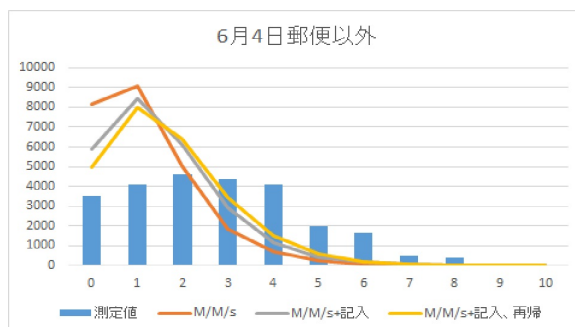


図 17 6月20日郵便のみの局内人数：測定値と理論値

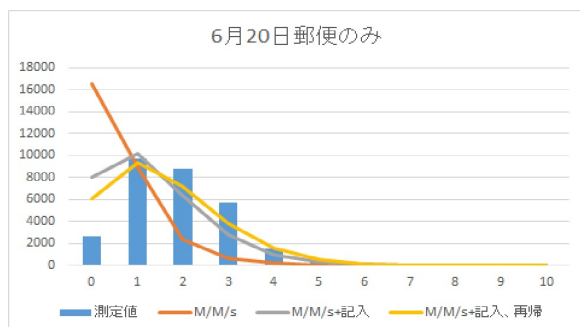


図 18 6月20日郵便以外の局内人数：測定値と理論値

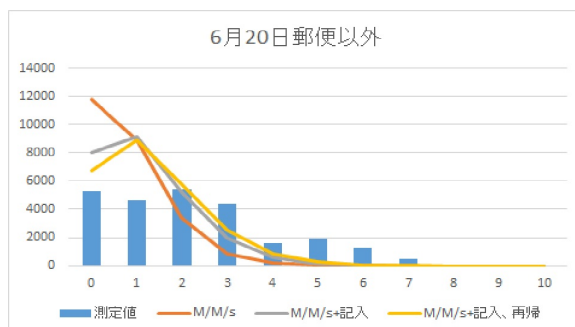


図 15 から図 18 の全ての図において、M/M/s モデルより記入を考慮した M/M/s モデル、記入を考慮した M/M/s モデルより記入と再帰を考慮した M/M/s モデルの方がより測定値に近づいている。したがって記入と再帰を考慮した M/M/s モデルがより現実の郵便局に近いモデルだと言える。

郵便のみより郵便以外の局内人数の方が理論値の当てはまりが悪いが、これは郵便以外のサービス時間が指数分布に従わないからであると思われる(2.4 章参照)。また、郵便のみと郵便以外とを問わず、局内人数が多いときほど測定値より理論値の局内人数が少なくなるが、これは実際の郵便局内では局内人数が多いと混雑のため局内を移動する時間がかかり、客 1 人あたりの滞在時間が長くなるためだと考えられる。

表 5 に  $L, L_q, W_q$  の測定値と理論値をまとめた。全体的に郵便のみより郵便以外の誤差率が大きい傾向が見られた。これは郵便以外のサービス時間が指数分布に従うと言い難いが指数分布に従うと仮定して理論値計算を進めたからだと考えられる。また、実際の測定では、郵便以外の 3 つ目の窓口は稼働していない場合がしばしばあった。これは、郵便局員は客にサービスを提供する以外にも事務書類作成や来客の対応等仕事があり、郵便以外の 3 つ目の窓口を稼働させる余裕がなかったためだと思われる。つまり郵便以外の窓口は 2 つのみ稼働している時間があったが、郵便以外の窓口の待ち行列（＝発券機で順番待ちをしている待ち人数）が長くなると郵便以外の 3 つ目の窓口が稼働するケースが多く見られた。しかしながら、 $L_q$  の測定値はそこまで大きくなく、測定中もそこまで混雑している印象は受けなかった。

	6 月 4 日 郵便のみ	6 月 4 日 郵便以外	6 月 20 日 郵便のみ	6 月 20 日 郵便以外
待ち行列と窓口の系の長さの平均 $L$ の測定値	1.53 人	1.96 人	0.79 人	1.53 人
$L$ の理論値	1.37 人	1.39 人	0.83 人	0.96 人
$L$ の誤差率	12%	42%	-4%	59%
待ち行列の長さの平均 $L_q$ の測定値	0.40 人	0.33 人	0.05 人	0.24 人
$L_q$ の理論値	0.42 人	0.16 人	0.18 人	0.06 人
$L_q$ の誤差率	-5%	109%	-69%	295%
待ち時間の平均 $W_q$ の測定値	77 秒	208 秒	18 秒	151 秒
$W_q$ の理論値	50 秒	67 秒	7 秒	43 秒
$W_q$ の誤差率	55%	212%	172%	250%

(注： $L, L_q$  は小数第三位を四捨五入、 $W_q$  は小数第一位を四捨五入。誤差率は小数第一位を四捨五入)

表 5 解析結果

## 4 筑波大学内郵便局における待ち行列のシミュレーション

この章では大学内郵便局における待ち行列のシミュレーションについて述べる。4.1 章ではシミュレーションの概要について述べる。4.2 章ではシミュレーション結果について考察しており、より現実の郵便局に近いモデルについて述べている。4.3 章でもシミュレーション結果について述べており、実際の郵便局の混雑解消にはどのモデルが活用できる可能性があるかを述べている。4.4 章ではシミュレーション全体の考察を行う。

### 4.1 シミュレーション概要

筑波大学内郵便局をシミュレーションで再現し、より現実に近いモデルを検討する。その後、筑波大学内郵便局の混雑解消案をシミュレーションで再現し、考察する。

シミュレーションソフトは株式会社構造計画研究所の artisoc academic を使用した。

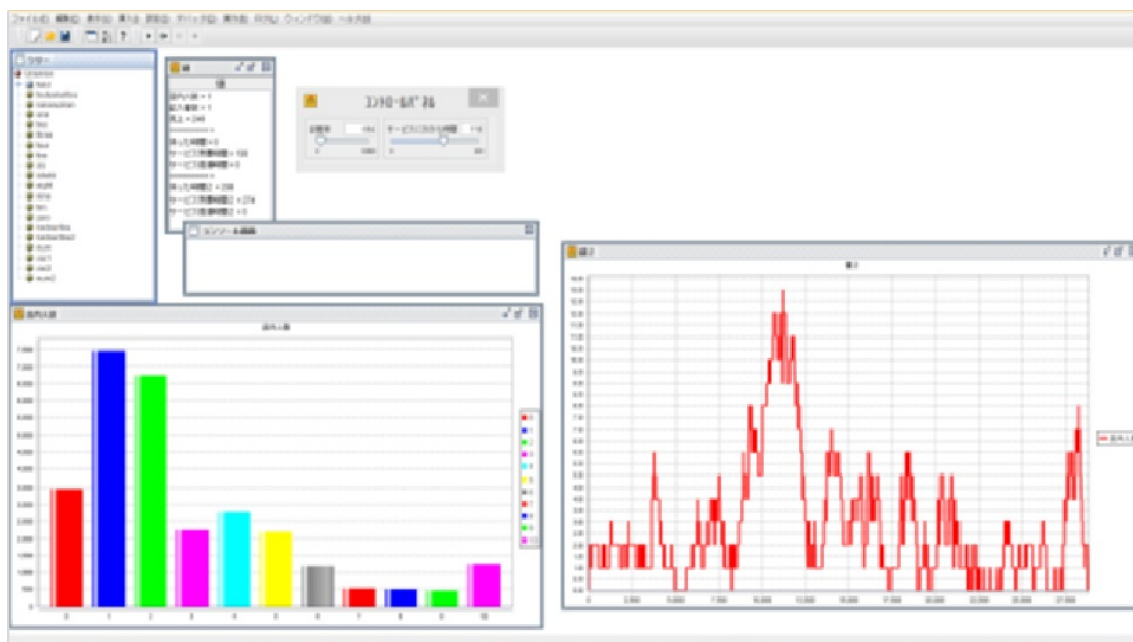


図 19 artisoc academic による筑波大学内郵便局の再現

artisoc academic 上で客が郵便局に到着しサービスを受け退局するまでを再現する。1 人の客が退出したとき、その客の待ち時間を出力し、毎秒局内人数を出力する。シミュレーションでは 3.3 章で導出したモデル、記入と再帰を考慮した  $M/M/s$  モデルを用い、郵便のみと郵便以外のサービスは分けて検証する。平均到着率・平均サービス時間・平均記入時間は測定値を用いる。測定値は 6 月 4 日測定値、6 月 20 日測定値、6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値の平均の 3 種が考えられるが、その中で不自然ではない組み合わせのシミュレーションを行った。例えば、平均到着率は 6 月 4 日測定値、平均サービス時間は 6 月 20 日測定値、平均記入時間は 6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値の平均という組み合わせでは出た結果に意味を見いだせないと考えられる。また、再帰確率、記入者割合は 6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値に大きな差がないことから全てのシミュレーションで 6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値の平均を使用した。

2.3 章で述べたように測定した到着時間分布やサービス時間分布は完全にポアソン分布や指数分布に従うわけではない。そこで到着時間やサービス時間は測定で得た時間と同一にした場合も検証する。

上記のシミュレーションでより現実の筑波大学内郵便局に近いモデルを考察した後、筑波大学内郵便局での測定を元に考えた混雑解消の3つのパターンについてもシミュレーションを行う。下記の3つのパターンはより現実の筑波大学内郵便局に近いモデルを元に行う。

1 つめのパターンは郵便のみのサービスを受け付ける窓口と郵便以外のサービスを受け付ける窓口の数を変更する場合である。現在郵便のみのサービスを受け付ける窓口は2つで郵便以外のサービスを受け付ける窓口は3つあるが、郵便のみの窓口が埋まっていて郵便以外の窓口は空いている場合があったり、その逆の場合も存在した。現在の窓口数の割り振りは適切ではないのではないだろうか。シミュレーションで郵便のみの窓口の数・郵便以外の窓口の数を変更して検討する。

2 つめのパターンは窓口によって提供するサービスの種類の垣根をなくすパターンである。前述の通り、郵便のみの窓口が埋まっていて郵便以外の窓口は空いている場合があったり、その逆の場合も存在する。そこで窓口によって提供するサービスの制限をなくし、どの窓口でも全てのサービスを提供できると仮定しシミュレーションを行う。

3 つめのパターンは長時間サービス時間を必要とする客を窓口とは別に対応する場合である。これは実際に行われることもあり、例えば紫峰会（筑波大学学生後援会）の会員への会報送付は数が9000以上となるため長時間、1時間以上窓口を占領してしまうことがある。そのため郵便局員に余裕がある場合は5つの窓口とは別に対応することがある。しかし窓口と別に対応するには手が空いている郵便局員がいなければならず、また客がサービスを受ける前にその客にかかるサービス時間はわからないため、窓口とは別に対応することは現実には少ない。シミュレーションでは長時間サービス時間を必要とする客は全て窓口とは別に対応するというルールを設定して検討を行う。

シミュレーションを行うパターンは表6と表7にまとめた。シミュレーションは各パターン1000回行い、1000回の平均値を比較した。

	到着時間分布（平均値測定日）	サービス時間分布（平均値測定日）	平均記入時間測定日
パターン 1	ポアソン分布 (6 月 4 日)	指数分布 (6 月 4 日)	6 月 4 日
パターン 2	ポアソン分布 (6 月 20 日)	指数分布 (6 月 20 日)	6 月 20 日
パターン 3	ポアソン分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	指数分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	6 月 4 日・6 月 20 日
パターン 4	ポアソン分布 (6 月 4 日)	測定時間再現 (6 月 4 日)	6 月 4 日
パターン 5	ポアソン分布 (6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 20 日)	6 月 20 日
パターン 6	ポアソン分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 4 日)	6 月 4 日
パターン 7	ポアソン分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 4 日)	6 月 4 日・6 月 20 日
パターン 8	ポアソン分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 20 日)	6 月 20 日
パターン 9	ポアソン分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 20 日)	6 月 4 日・6 月 20 日
パターン 10	測定時間再現 (6 月 4 日)	指数分布 (6 月 4 日)	6 月 4 日
パターン 11	測定時間再現 (6 月 4 日)	指数分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	6 月 4 日
パターン 12	測定時間再現 (6 月 4 日)	指数分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	6 月 4 日・6 月 20 日
パターン 13	測定時間再現 (6 月 20 日)	指数分布 (6 月 20 日)	6 月 20 日
パターン 14	測定時間再現 (6 月 20 日)	指数分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	6 月 20 日
パターン 15	測定時間再現 (6 月 20 日)	指数分布 (6 月 4 日・6 月 20 日)	6 月 4 日・6 月 20 日
パターン 16	測定時間再現 (6 月 4 日)	測定時間再現 (6 月 4 日)	6 月 4 日
パターン 17	測定時間再現 (6 月 20 日)	測定時間再現 (6 月 20 日)	6 月 20 日

(注：6 月 4 日・6 月 20 日は 6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値の平均を意味する)

表 6 artisoc academic によるシミュレーションのパターン：パターン 1～パターン 17

内容	
パターン 18	郵便のみと郵便以外の窓口数変更
パターン 19	全ての窓口で全てのサービスを受付
パターン 20	長時間サービスは別対応

表 7 artisoc academic によるシミュレーションのパターン：パターン 18～パターン 20

## 4.2 シミュレーション結果と考察 パターン 1 からパターン 17 について

パターン 1 からパターン 17 のシミュレーションの結果については、表 8 と表 9 に  $L, L_q, W_q$  を、図 20 から図 27 に局内人数をまとめた。図 20 から図 27 の縦軸は一秒毎の局内人数を積み重ねた値、横軸は局内人数を表す。二日間の測定値（6 月 4 日・6 月 20 日）の平均とパターン 1 からパターン 17 の結果を比較し、より現実の郵便局に近いモデルを検討する。

	待ち行列と窓口の系の長さの平均 $L$ (人)	待ち行列の長さの平均 $L_q$ (人)	待ち時間の平均 $W_q$ (秒)
測定値 (6 月 4 日)	1.53	0.40	77
測定値 (6 月 20 日)	0.79	0.05	18
測定値 (6 月 4 日・20 日)	1.16	0.23	48
理論値 (6 月 4 日)	1.37	0.42	50
理論値 (6 月 20 日)	0.83	0.18	7
パターン 1	1.22	0.28	41
パターン 2	0.69	0.07	10
パターン 3	0.92	0.14	20
パターン 4	1.48	0.52	53
パターン 5	1.04	0.31	17
パターン 6	1.53	0.56	54
パターン 7	1.48	0.51	53
パターン 8	1.17	0.39	22
パターン 9	1.10	0.34	19
パターン 10	1.29	0.34	50
パターン 11	1.24	0.32	44
パターン 12	1.24	0.32	46
パターン 13	1.13	0.23	31
パターン 14	1.17	0.25	35
パターン 15	1.18	0.25	35
パターン 16	1.32	0.37	54
パターン 17	0.96	0.21	24

(注 1 :  $L, L_q$  は小数第三位を四捨五入、 $W_q$  は小数第一位を四捨五入。)

(注 2 : 測定値 (6 月 4 日・20 日) は 6 月 4 日と 6 月 20 日の測定値の平均を意味する。)

表 8 郵便のみサービスのシミュレーション結果

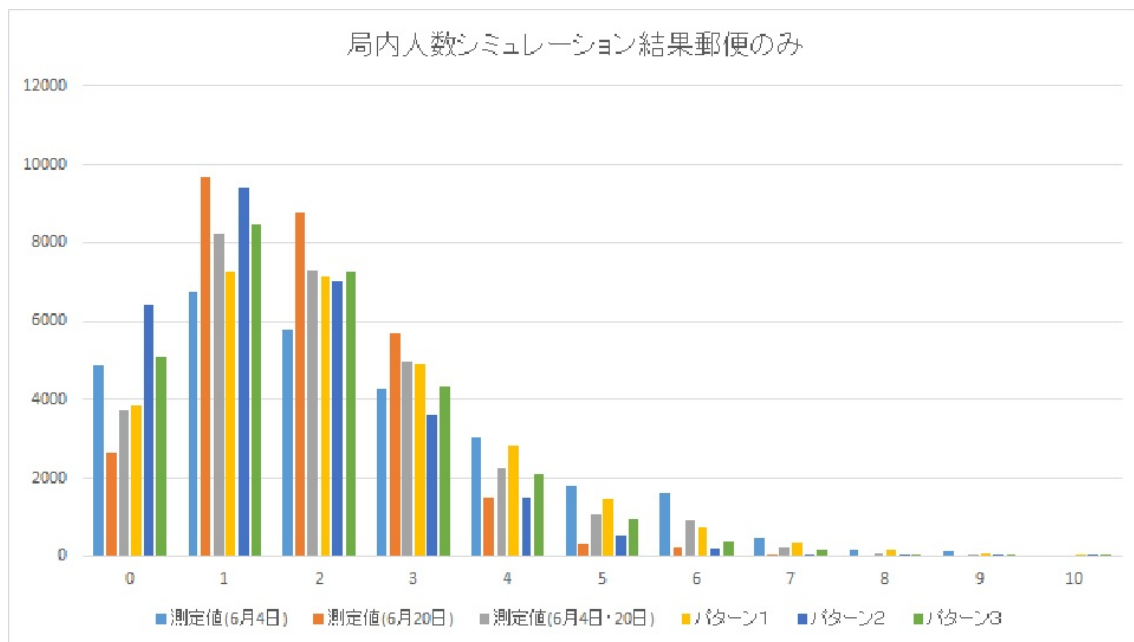


	待ち行列と窓口の系 の長さの平均 $L$ (人)	待ち行列の長さの 平均 $L_q$ (人)	待ち時間の平均 $W_q$ (秒)
測定値 (6月4日)	1.96	0.33	208
測定値 (6月20日)	1.53	0.24	151
測定値 (6月4日・20日)	1.75	0.29	180
理論値 (6月4日)	1.39	0.16	67
理論値 (6月20日)	0.96	0.06	43
パターン 1	1.20	0.09	24
パターン 2	0.77	0.02	5
パターン 3	0.96	0.04	11
パターン 4	1.94	0.61	25
パターン 5	1.45	0.51	5
パターン 6	2.23	0.83	26
パターン 7	2.18	0.78	26
パターン 8	1.28	0.36	6
パターン 9	1.30	0.40	6
パターン 10	1.15	0.09	25
パターン 11	1.12	0.09	23
パターン 12	1.12	0.08	23
パターン 13	1.20	0.10	24
パターン 14	1.23	0.10	25
パターン 15	1.23	0.10	25
パターン 16	1.20	0.10	27
パターン 17	0.83	0.02	6

(注： $L, L_q$  は小数第三位を四捨五入、 $W_q$  は小数第一位を四捨五入。)

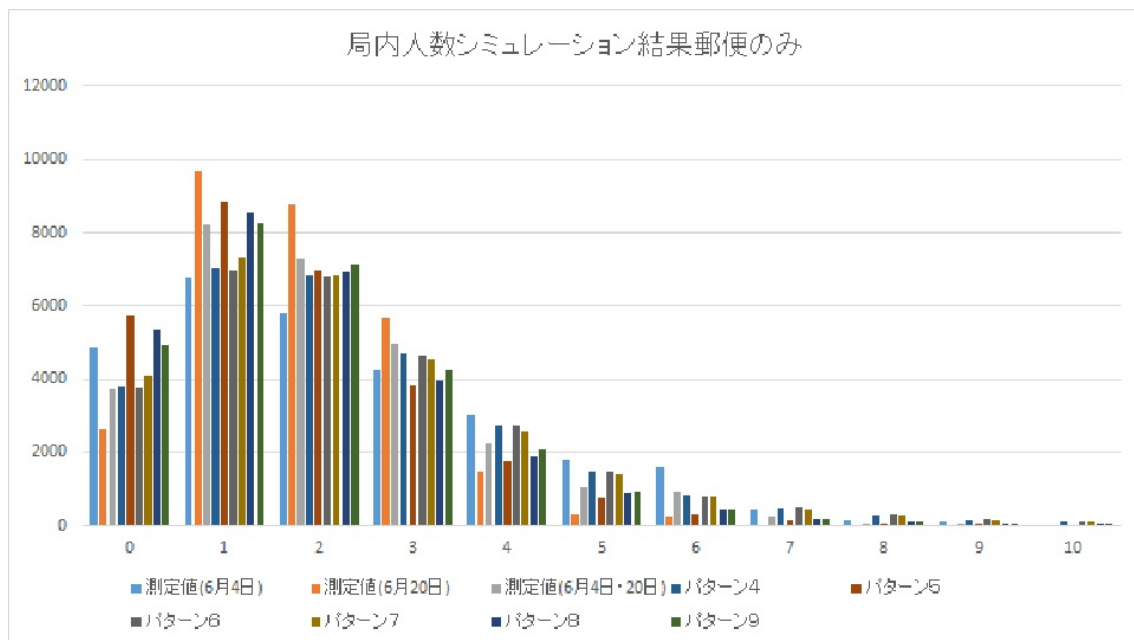
(注2：測定値 (6月4日・20日) は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

表9 郵便以外サービスのシミュレーション結果



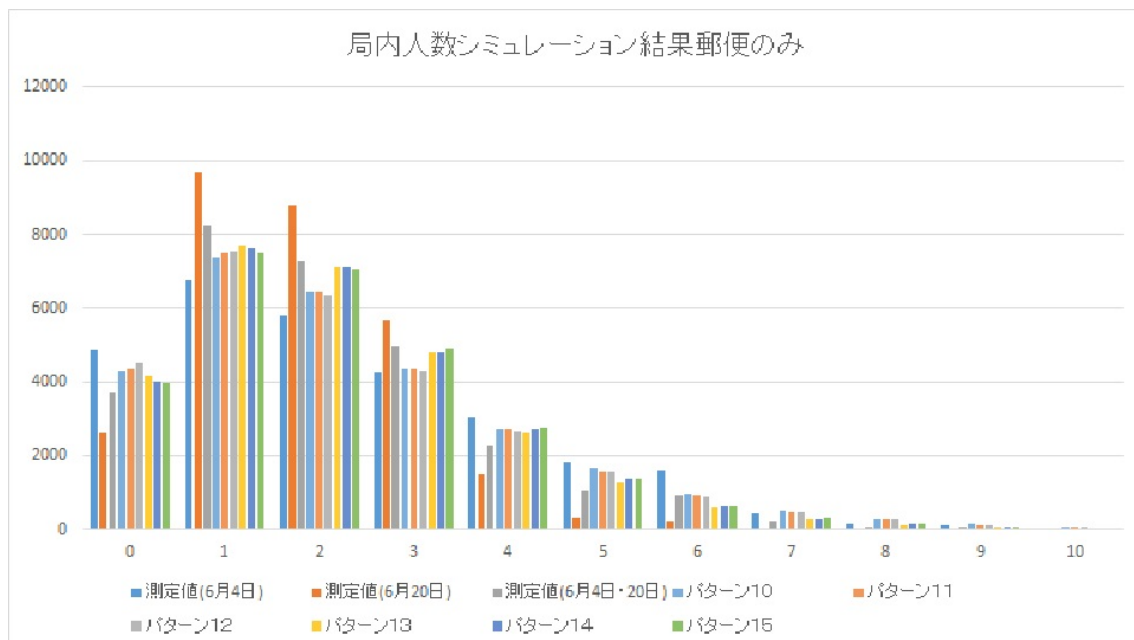
(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 20 局内人数シミュレーション結果郵便のみ：測定値とパターン1～パターン3



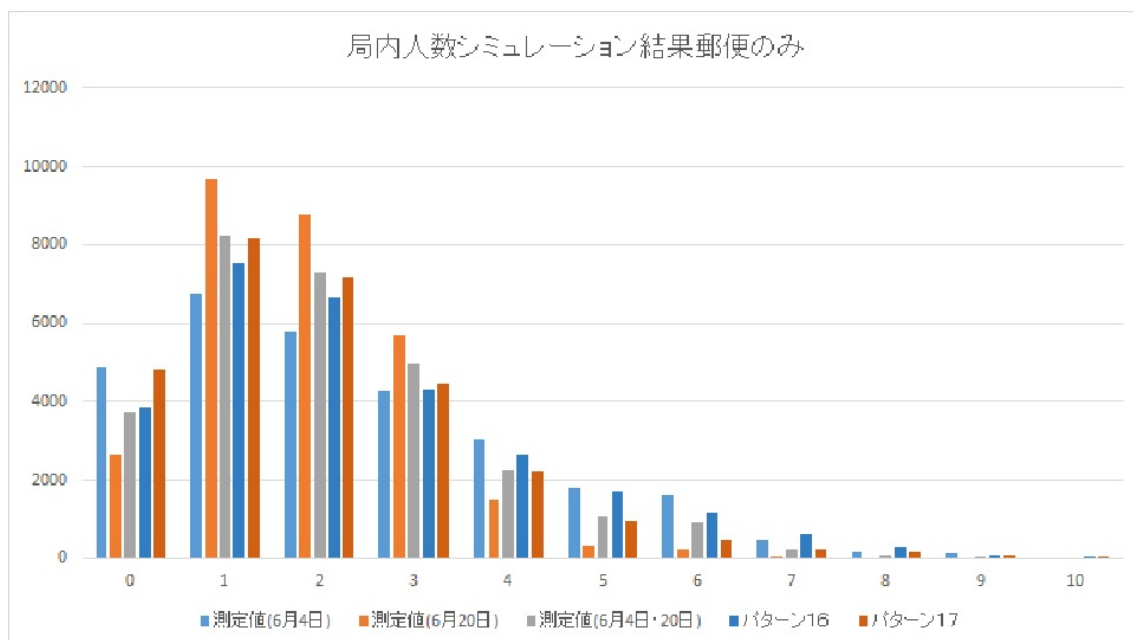
(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 21 局内人数シミュレーション結果郵便のみ：測定値とパターン4～パターン9



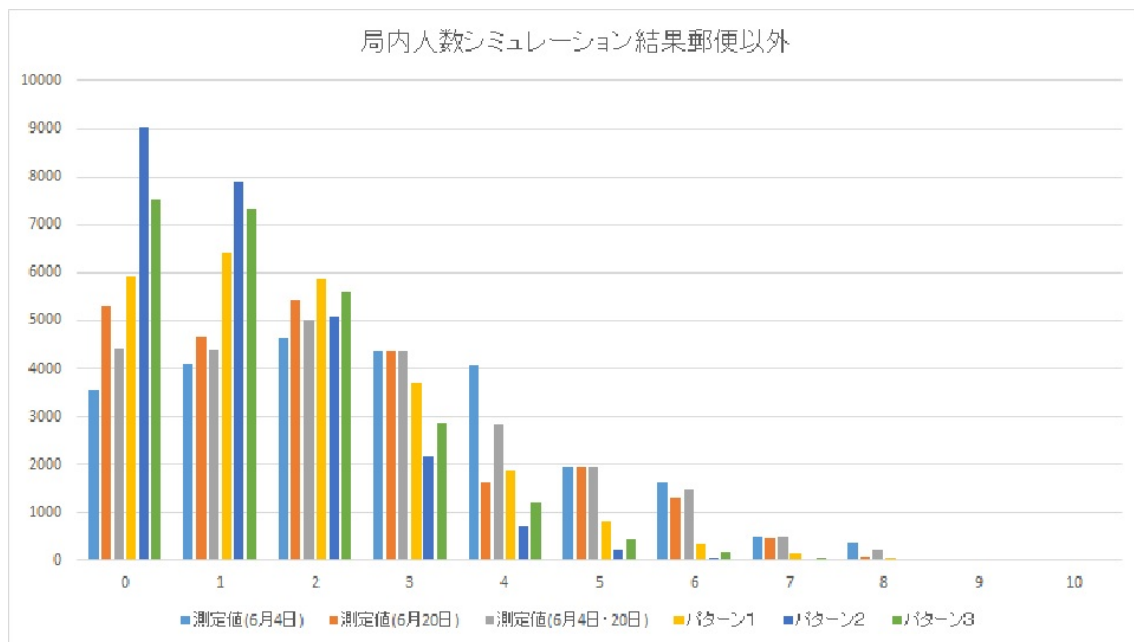
(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 22 局内人数シミュレーション結果郵便のみ：測定値とパターン10～パターン15



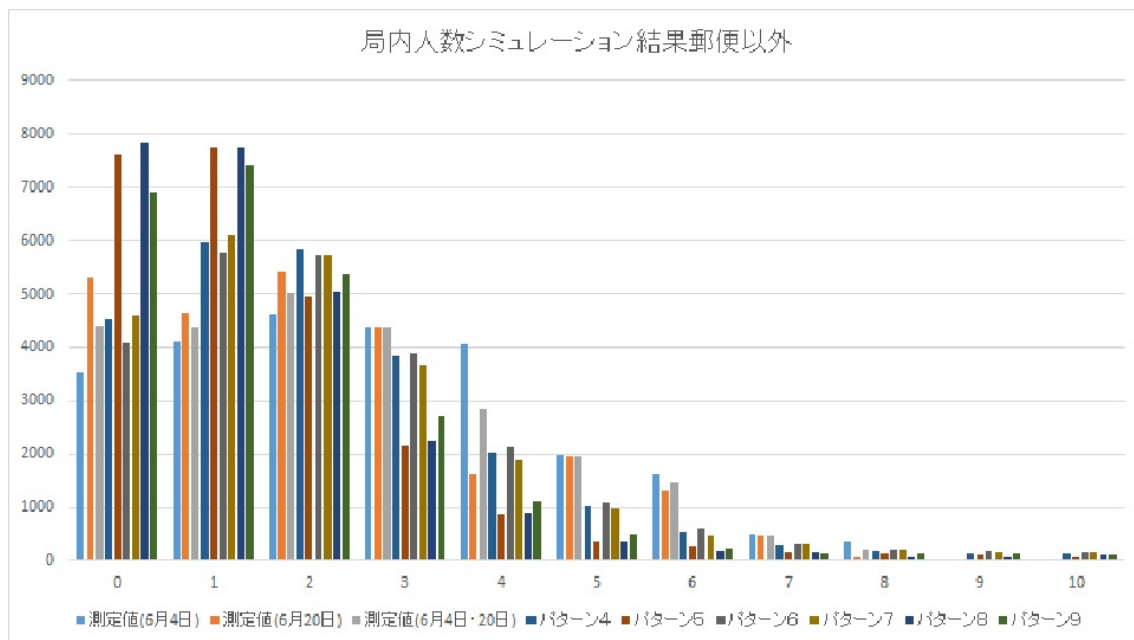
(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 23 局内人数シミュレーション結果郵便のみ：測定値とパターン16・パターン17



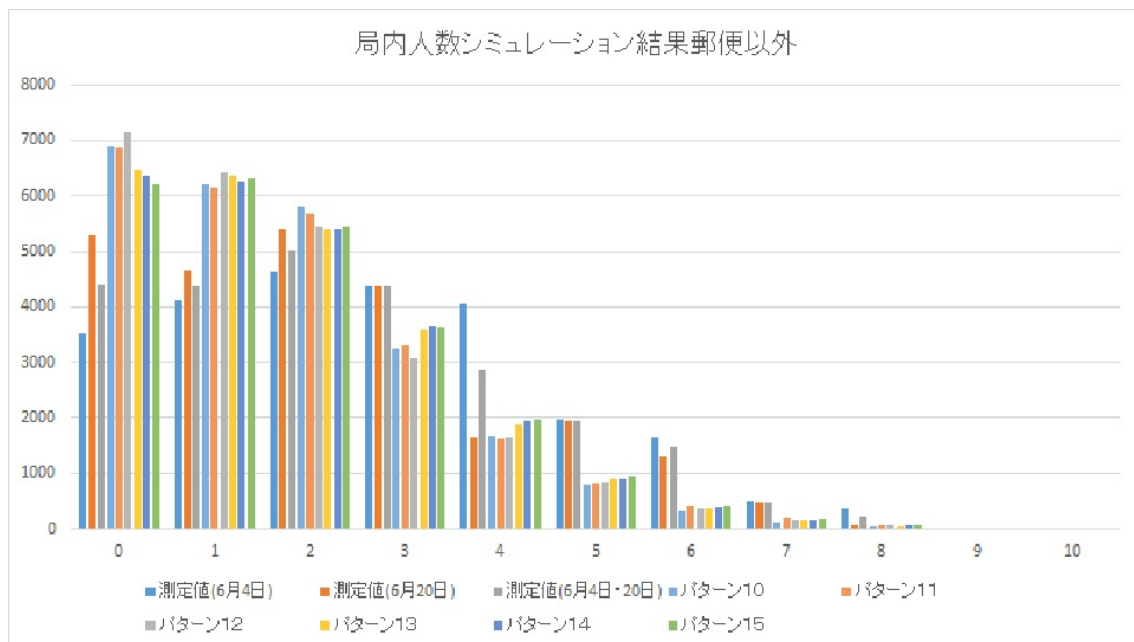
(注：測定値(6月4日・20日)は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 24 局内人数シミュレーション結果郵便以外：測定値とパターン1～パターン3



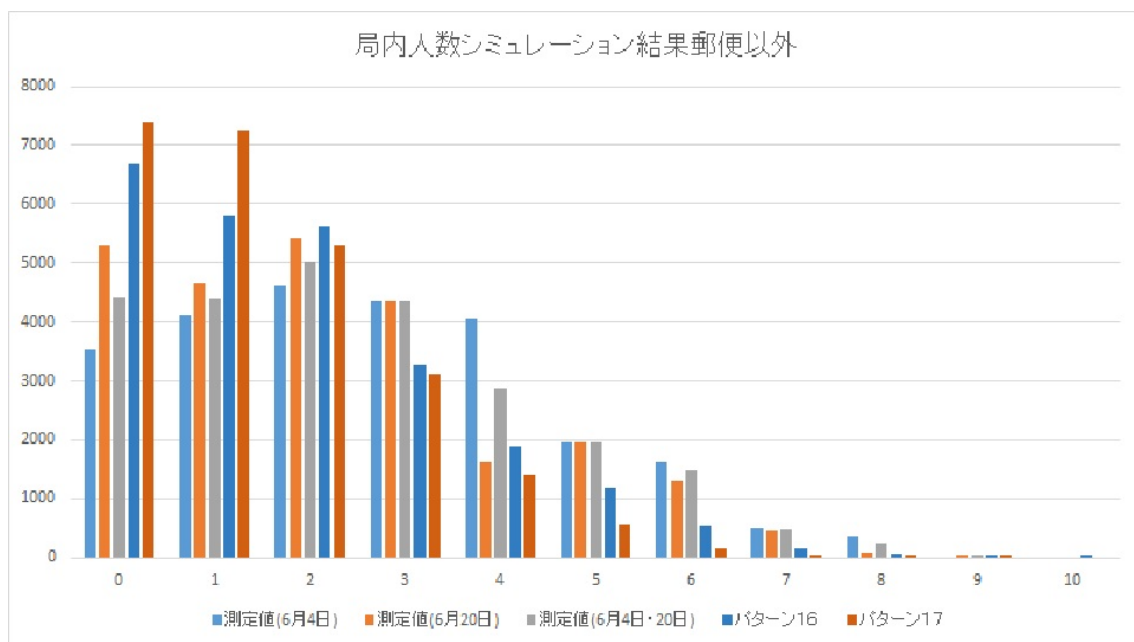
(注：測定値(6月4日・20日)は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 25 局内人数シミュレーション結果郵便以外：測定値とパターン4～パターン9



(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 26 局内人数シミュレーション結果郵便以外：測定値とパターン10～パターン15



(注：測定値（6月4日・20日）は6月4日と6月20日の測定値の平均を意味する。)

図 27 局内人数シミュレーション結果郵便以外：測定値とパターン16・パターン17

まずは郵便のみの  $L, L_q, W_q$  について考える（表 8 参照）。 $L$  に着目すると、二日間の測定値の平均が 1.16 であり、これに近いパターンは  $1 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \sim 15$  がある。 $L_q$  に着目すると、二日間の測定値の平均が 0.23 であり、これに近いパターンは  $1 \cdot 13 \sim 15 \cdot 17$  がある。 $W_q$  に着目すると、二日間の測定値の平均は 48 であり、これに近いパターンは  $1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 10 \sim 12 \cdot 16$  がある。 $L, L_q, W_q$  の比較では、より現実の郵便局に近いモデルとしてパターン 1 が候補として考えられ、次点の候補としてパターン  $11 \sim 15$  が考えられる。

郵便のみの局内人数について考察する。図 20 から図 23 を見ると、二日間の測定値の平均に近いパターンとしてパターン  $1 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 13 \sim 15$  が考えられる。以上の考察より、郵便のみのサービスについてより現実の郵便局に近いモデルにはパターン 1 を採用する。

次に郵便以外の  $L, L_q, W_q$  について考える（表 9 参照）。 $L$  に着目すると、二日間の測定値の平均が 1.75 であり、これに近いパターンは  $4 \cdot 6 \cdot 7$  がある。 $L_q$  に着目すると、二日間の測定値の平均が 0.29 であり、これに近いパターンは  $8 \cdot 9$  がある。 $W_q$  に着目すると、二日間の測定値の平均は 180 であり、これに近いパターンは  $1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 11 \sim 16$  がある。 $L, L_q, W_q$  の比較では、より現実の郵便局に近いモデルとしてパターン  $4 \cdot 6 \cdot 7$  が候補として考えられる。

郵便以外の局内人数について考察する。図 24 から図 27 を見ると、二日間の測定値の平均に近いパターンとしてパターン  $4 \cdot 6 \cdot 7$  が考えられる。この 3 つのパターンは客の到着はポアソン分布に従いサービス時間分布は測定時間を再現したものであり、モデルの根本的な構造は変わらない。異なる点はいつの測定値を用いるかという点のみである。どのパターンを選択するか判断に難しいが、 $L$  が最も測定値に近いパターン 4 を郵便以外のサービスについてより現実の郵便局に近いモデルとして採用する。

以上の検討により、より現実の郵便局に近いモデルには、客の到着はポアソン分布に従い、郵便のみのサービス時間は指数分布に従い、郵便以外のサービス時間分布は測定時間を再現したモデルを採用する。4.3 章ではこのモデルを用い考察を続ける。

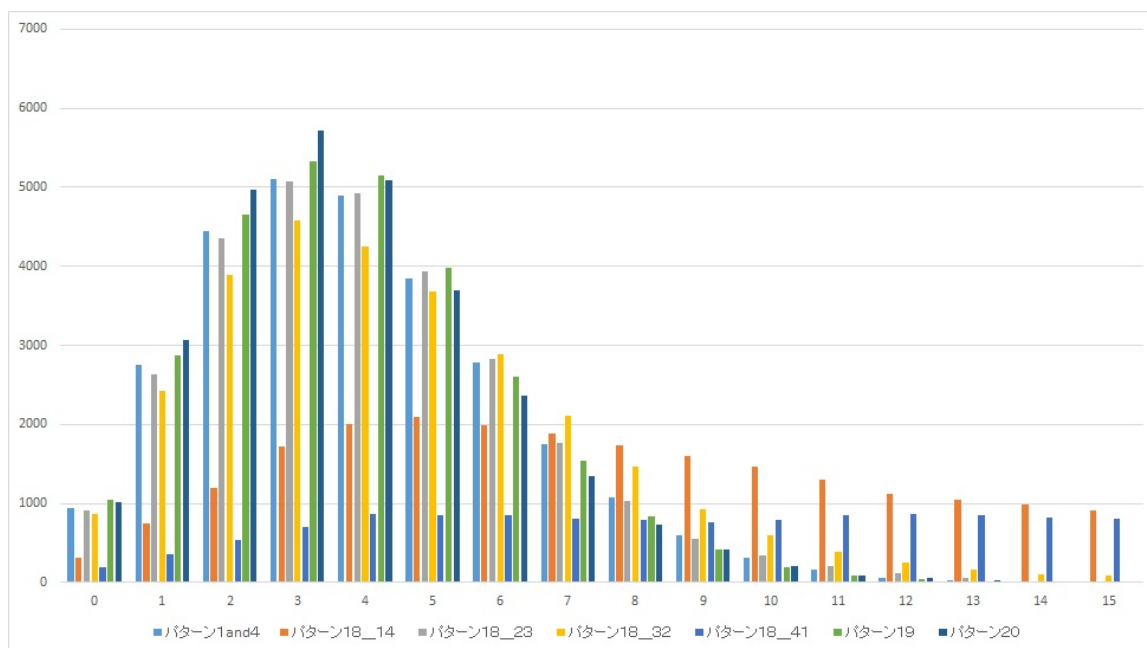
### 4.3 シミュレーション結果と考察 パターン 18 からパターン 20 について

4.2 章でより現実の郵便局に近いモデルには、客の到着はポアソン分布に従い、郵便のみのサービス時間は指数分布に従い、郵便以外のサービス時間分布は測定時間を再現したモデルを採用した。このモデルに基づき、パターン 18 ~ 20（表 7 参照）を artisoc academic 上で再現した。

図 28 にパターン 1 and 4、パターン 18 ~ 20 の局内人数シミュレーション結果を示した。図 28 の縦軸は一秒毎の局内人数を積み重ねた値、横軸は局内人数を表す。なお、パターン 1 and 4 は郵便のみはパターン 1、郵便以外はパターン 4 を再現したモデルであり、パターン  $18\_x$  は  $x$  は郵便のみの窓口数、 $\phantom{18\_}x$  は郵便以外の窓口数を表す。パターン 1 and 4 とパターン  $18\_23$  は同じモデルである。表 10 にはパターン 1 and 4、パターン 18 ~ 20 の平均待ち時間を示した。

図 28 を見ると、パターン  $18\_14$ 、パターン  $18\_32$ 、パターン  $18\_41$  は明らかに局内人数が多い状態が長く続いているのがわかる。この 3 つのパターンはいずれもより現実に近い郵便局を再現していると考えられるパターン 1 and 4 より平均待ち時間も増加しており、より混雑がひどくなっていると考えられる。したがって、郵便のみと郵便以外の窓口数は現状の郵便のみが 2 つ、郵便以外が 3 つの場合が最も混雑がなくて済む状態であると言える。

パターン１９とパターン２０ではパターン１ and ４より平均待ち時間が減少し、局内人数もパターン１ and ４より少ない場合が多い。この２つのパターンはパターン１ and ４より混雑しないモデル、つまり現実に郵便局の混雑解消に貢献できるモデルであると考えられる。平均待ち時間に着目すると、パターン２０よりパターン１９の方がより混雑解消に貢献できる可能性があると考えられる。



(注１：パターン１ and ４は郵便のみはパターン１、郵便以外はパターン４を再現したモデル。)

(注２：パターン１８\_\_× は×は郵便のみの窓口数、 は郵便以外の窓口数を表す。)

図 28 パターン１ and ４、パターン１８～２０の局内人数シミュレーション結果

平均待ち時間（秒）	
パターン１ and ４	35
パターン１８__１４	622
パターン１８__２３	34
パターン１８__３２	71
パターン１８__４１	1076
パターン１９	6
パターン２０	25

(注：小数第一位を四捨五入)

表 10 パターン１ and ４、パターン１８～２０の平均待ち時間の比較

#### 4.4 シミュレーション結果と考察 全体を通して

4.2 章でより現実の郵便局に近いモデルには、客の到着はポアソン分布に従い、郵便のみのサービス時間は指数分布に従い、郵便以外のサービス時間分布は測定時間を再現したモデルを採用した。郵便以外のサービス時間分布で指数分布ではなく測定時間を採用したということは、郵便以外のサービス時間分布は指数分布に従わないということができる。測定時間を採用するとサービス時間はある決まった値しか示さないの、測定日以外の日をシミュレーションすることができない。指数分布に代わる分布を探す必要があるだろう。また測定値を再現しているため、6月4日の測定値とパターン16の結果、6月20日の測定値とパターン17の結果は一致するはずだが一致しなかった。これは現実の郵便局では窓口が空いていても行列で待っている客がサービスを受けなかったり、窓口が稼働していない場合があるからだと考えられる。測定では、客が前の客のサービスが終わり窓口が空いたことに気づかず窓口に向かわないこと、または郵便局員が行列ができていることに気づかず事務処理を行っていることがしばしばあった。またパターン16とパターン17では再帰と記入が起きた時間までは再現していないため、測定値との差が生じたと考えられる。

4.3 章では窓口の数は郵便のみが2つ、郵便以外が3つの現状が最も混雑が起こりにくい割合であり、長時間サービス時間がかかる客を窓口とは別に対応するモデルより全ての窓口で全てのサービスを受け付けるモデルの方が平均待ち時間が短い、つまりより混雑が起こりにくい可能性があるということがわかった。しかし長時間サービス時間がかかる客を窓口とは別に対応するモデルと全ての窓口で全てのサービスを受け付けるモデルは現実に郵便局で実行するには難しい点がある。

長時間サービス時間がかかる客を窓口とは別に対応するモデルでは2つ問題がある。1つは長時間サービス時間がかかる客はどうやって見分けるかという点である。サービスを受ける前にその客が必要とするサービス時間はわからない。もう1つは窓口とは別に対応するスペースと郵便局員の問題である。筑波大学内郵便局はあまり広くなく、5つの窓口の他にサービスを受け付ける場所がほとんどない。実際に窓口とは別に対応するときは窓口の奥で作業をして、客は郵便局内のベンチで座って待っていることが多い。また、郵便局員の数に余裕がなく、常に窓口とは別に対応できるわけではない。

全ての窓口で全てのサービスを受け付けるモデルの問題点は、サービスを受け付ける機材の問題である。郵便のみの窓口には郵便物の重さを計る秤があるが、郵便以外の窓口にはない。また郵便以外の窓口にはパソコンがあり、郵便以外のサービスではパソコンを使って処理をすることが多いが、郵便のみの窓口にはパソコンはない。筑波大学内郵便局の郵便局員は教育を受けており全郵便局員が全てのサービスの処理をすることができるが、窓口によっては秤やパソコンが準備されていない。秤やパソコンを設置するスペース、設置に伴う金銭的成本が問題点である。



## 5 まとめと今後の課題

### 5.1 本研究の総括

本研究では筑波大学内郵便局の待ち行列を測定・モデル化と解析・シミュレーションの3つの方法を用いて考察・分析した。今回の研究を通じて次のようなことがわかった。

- 郵便局で受けるサービスによってサービス時間は大きく異なる。また筑波大学内郵便局では多種多様なサービスを提供しており、それぞれのサービスを求める客の数も異なる。
- 筑波大学内郵便局では日本語が不自由な外国人留学生のために留学生センターに通訳をお願いしたり、混雑時には案内係を設置することで客のサービス時間・記入時間を低下させ混雑解消の手助けをするなど対策をしている。
- 筑波大学内郵便局では単なる  $M/M/s$  モデルではなく記入と再帰を考慮した  $M/M/s$  モデルを用いることでおおよそ客の動きを表現できる。
- 記入と再帰を考慮した  $M/M/s$  モデルは通常の  $M/M/s$  モデルから導出が可能である。
- シミュレーションの結果、全ての窓口で全てのサービスを受け付ける、または長時間サービス時間を必要とする客は窓口とは別に対応することによって郵便局の混雑を解消できる可能性がある。

### 5.2 今後の課題

本研究の今後の課題として次のような点が考えられる。

- 測定日が閑散期に当たる月の2日間だけのためサンプル数が多くない。分析をより精巧なものにするには多くのサンプルが必要である。
- 待ち行列の測定において、測定は全て目視で行ったため記録ミスが起きた可能性がある。測定を完璧に行うにはカメラで客の動きを記録する必要があるだろう。また、属性の測定については見た目だけでは判断できないため、本人にインタビューする必要がある。
- 筑波大学内郵便局で提供されるサービスを郵便のみと郵便以外に大別したが、実際には数多くのサービスが提供されており、それぞれのサービスによってサービス時間が異なると考えられる。例えば、本研究では振込も口座開設も郵便以外のサービスとして一括りにしたが、実際にはその2つのサービスにかかる時間は異なるはずであり、一種のサービスとして一括りにするのは適切ではない。
- 本研究では郵便以外のサービス時間は指数分布に従うとして考察を続けてきたが、実際には指数分布に従うとは言いがたい。その影響でモデル化・分析やシミュレーションで測定値とは大きくことなる理論値が導かれてしまうこともあった。
- 本研究では筑波大学内郵便局の混雑解消に重点を置いて考察したが、郵便局で働く郵便局員の負担は考慮されていない。筑波大学内郵便局では窓口数より郵便局数の方が多いが、これは交代で休みを取るためでもある。郵便局員の疲労が蓄積されるとサービス処理能力が落ちることが考えられる。現実的には一部の郵便局員に過度な負担がかからないような仕組みを考えるべきだろう。

## 6 謝辞

本研究を進めるにあたり、ご指導を頂いた高木英明教授に感謝致します。また、忙しい業務の中貴重な時間を割いて研究に協力して下さった筑波大学内郵便局の白川直局長と局員の方々に感謝致します。そして、研究のために artisoc academic を貸与して下さった株式会社構造計画研究所に感謝いたします。最後に、陰ながら支えてくれた家族に感謝致します。

## 参考文献

- [1] 高橋幸雄・森村英典 (2001) 「混雑と待ち」, 朝倉書店
- [2] 齋藤慶太 (2007) 「献血における待ち行列に関する考察」2006 年度卒業論文, 筑波大学理工学群社会工学類
- [3] 紫峰会 (2014) 「平成 23 年度事業報告書」,  
<<http://www.shihoukai.gr.jp/shihoukai/kaigi/h23houkoku.pdf>>(参照 2014-11-7).
- [4] 筑波大学広報室 (2013) 「平成 25 年度筑波大学概要資料編」, p.19-p.25,  
<<http://www.tsukuba.ac.jp/public/booklets/gaiyoh/2013dt.pdf>>(参照 2014-12-24).
- [5] Gunter Bolch, Stefan Greiner, Hermann de Meer, Kishor S.Trivedi(2006), Queueing Networks and Markov Chains -Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications, WILEY-INTERSCIENCE.
- [6] 鈴木武次 (1972) 「待ち行列」, 裳華房.
- [7] 山影進 (2007) 「人口社会構築指南 artisoc によるマルチエージェント・シミュレーション入門」, 書籍工房早山.
- [8] 川島幸之助 (編)・塩田茂雄・河西憲一・豊泉洋・会田雅樹 (2014) 「待ち行列理論の基礎と応用」, 共立出版